

مقدمه

جزوه حاضر شامل خلاصه نکات تستی مهم از درس مکانیک سیالات در مهندسی شیمی می‌باشد که برای دانشجویان در مرحله مطالعه نهایی و یا دانشجویان متقاضی مطالعه فشرده درس طراحی شده است این جزوه در ابتدا نکات درسی مهم را به صورت خلاصه شده در فصول نه‌گانه در اختیار دانشجویان قرار می‌دهد. پس از ذکر نکات مهم و کلیدی، در انتهای جزوه نمونه‌هایی از سوالات مهم و پرتکرار کنکورهای مختلف شده است تا دانشجویان بتواند با تکنیک‌های حل تست نیز آشنا شود.

برای دانشجویانی که به علت ضیق وقت به دنبال تمرکز بر روی یک سری فصول خاص بوده و مشتاق حذف برخی از فصول هستند. پیشنهاد می‌شود تمرکز ویژه‌ای بر روی مطالب مباحثی داشته باشند که در سال‌های اخیر بیشتر مورد سوال بوده است. به همین منظور در انتهای جزوه بودجه‌بندی سوالات در پنج سال اخیر کنکور مهندسی شیمی ارائه شده است.

هر چقدر نوشتار حاضر تحت عنوان آخرین قدم نامگذاری شده است لکن شرط موفقیت آن پیمودن گام‌های قبلی به صورت جامع و مانع است. امید است مجموعه حاضر بتواند نقش موثری را در قبولی شما ایفا نماید.

به امید موفقیت

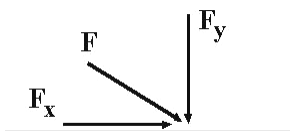
دکتر رضا طاهری

دی‌ماه ۱۳۸۹

فصل اول

خواص سیال

سیال ماده‌ای است که تحت اثر یک تنش برشی - هر چند هم که کوچک باشد - تغییر شکل می‌دهد. نیروی برشی، مؤلفه مماسی نیروی وارد به سطح است. نسبت نیروی برشی به مساحت سطح تنش برشی نامیده می‌شود و با علامت τ نشان داده می‌شود. نسبت مؤلفه عمودی نیروی وارد بر سطح فشار نام دارد و با P نمایش داده می‌شود.



$$\tau = \frac{F_x}{A} \quad P = \frac{F_y}{A}$$

قانون لزجت نیوتن

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

ویسکوزیته (لزجت مطلق یا لزجت دینامیکی)

ویسکوزیته خاصیتی از سیال است که سیال به خاطر آن خاصیت در مقابل نیروهای برشی از خود مقاومت نشان می‌دهد. ویسکوزیته با μ نمایش داده می‌شود. با افزایش دما ویسکوزیته مایعات کاهش می‌یابد ولی ویسکوزیته گازها افزایش می‌یابد.

دیمانسیون لزجت برابر است با $ML^{-1} T^{-1}$

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{s}{m}} = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

واحد لزجت در سیستم cgs و امریکائی به ترتیب $\frac{gr}{cm \cdot sec} = \text{poise}$ و $\left(\frac{lb_f \cdot sec}{ft^2}, \frac{lb_m}{ft \cdot sec}\right)$ می باشند. همچنین :

$$1 \text{ poise} = 0.1 \text{ pa} \cdot \text{sec} \quad , \quad \text{Cp} = \text{Centipoise} = 10^{-3} \text{ pa} \cdot \text{sec}$$

ویسکوزیته سینماتیک

نسبت لزجت به جرم مخصوص را لزجت سینماتیک می گویند و با ν نمایش می دهند. دیمانسیون ویسکوزیته سینماتیک برابر با $L^2 T^{-1}$ می باشد و واحدهای ویسکوزیته سینماتیک در سیستم SI، cgs، و امریکائی عبارتند از:

$$\frac{ft^2}{sec} \quad , \quad \frac{cm^2}{sec} = \text{stoks} \quad , \quad \frac{m^2}{sec}$$

همچنین داریم :

$$\nu (\text{stoks}) \times \rho \left(\frac{gr}{cm^3} \right) = \mu (\text{poise})$$

تقسیم بندی سیالات

سیالات را می توان به دو دسته کلی تقسیم بندی کرد: سیالات نیوتنی و سیالات غیرنیوتنی. در سیالات نیوتنی تنش برشی (τ) بر حسب نرخ تغییر شکل $\left(\frac{du}{dy}\right)$ خط راستی است که از مبدأ می گذرد ولی در مورد سیالات غیرنیوتنی تنش برشی (τ) بر حسب نرخ تغییر شکل

$\left(\frac{du}{dy}\right)$ یا خط راستی است که از مبدأ نمی گذرد و یا غیرخطی است. خواص سیالات غیرنیوتنی عبارتند از:

سیال Dilatant: با افزایش تنش برشی ویسکوزیته سیال Dilatant افزایش می یابد.

سیال Pseudo Plastic (شبه پلاستیک): با افزایش تنش برشی ویسکوزیته سیال شبه پلاستیک کاهش می یابد.

سیال Bingham Plastic: این دسته از سیالات یک تنش تسلیم (yield stress) دارند. به عبارت دیگر اگر تنش وارده بر این دسته از سیالات از تنش تسلیم آنها کمتر باشد سیال شروع به حرکت نمی کند ولی اگر تنش برشی وارد بر سیال از تنش تسلیم بیشتر باشد سیال شروع به حرکت کرده و تنش برشی (τ) بر حسب نرخ تغییر شکل $\left(\frac{du}{dy}\right)$ به طور خطی تغییر می کند.

نتیجه: رفتار رئولوژیکی سیالات فوق را می توان با رابطه ریاضی به شکل زیر بیان کرد:

$$\tau = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)^n$$

$n = 1$ در سیالات نیوتنی

$n > 1$ در سیالات Dilatant

$n < 1$ در سیالات شبه پلاستیک Pseudo Plastic

$$\tau = \tau_p + \mu \left(\frac{du}{dy} \right)$$

در مورد سیالات بینگهام پلاستیک می توان گفت (τ_p) تنش تسلیم :

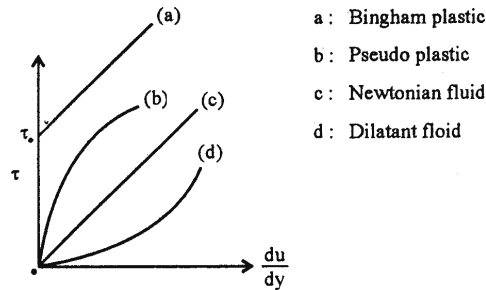
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



- a : Bingham plastic
- b : Pseudo plastic
- c : Newtonian fluid
- d : Dilatant fluid

سیال ایده‌آل: سیال تراکم‌ناپذیری است که ویسکوزیته آن صفر می‌باشد بنابراین در سیالات ایده‌آل هیچ موقع اصطکاک نداریم و هیچ‌گاه تنش برش ایجاد نمی‌شود.

مدول الاستیسیته (مدول بالک)

در درس ترمودینامیک ضریب تراکم‌پذیری هم‌دما با رابطه $k = \frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ تعریف شده است.

مدول بالک در حقیقت عکس ضریب تراکم‌پذیری هم‌دماست و بنابراین دارای واحد فشار می‌باشد.

$$K = - \frac{dP}{\left(\frac{dV}{V} \right)}$$

مدول بالک بیان می‌کند به ازای تغییرات فشار (dP)، واحد حجم سیال به چه میزان تغییر حجم داده است. هرچه مدول بالک بیشتر باشد سیال تراکم‌ناپذیرتر است چرا که بزرگ بودن مدول بالک بدین معنا است که در اثر اعمال تغییر فشار بزرگ تغییر حجم بسیار کوچکی روی داده است. مدول بالک تابع فشار بوده و با افزایش فشار، زیاد می‌شود. می‌توان نشان داد که مدول بالک گازهای ایده‌آل از رابطه زیر پیروی می‌کند:

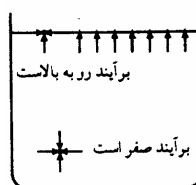
$$K = \rho R T$$

لازم به ذکر است که مدول بالک توسط رابطه زیر نیز قابل بیان است:

$$K = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}$$

کشش سطحی (Surface Tension)

باتوجه به شکل، ملکولی که در داخل مایع قرار دارد از طرف سایر مولکول‌ها تحت اثر نیرو قرار می‌گیرد که این نیروها در تمام جهات یکسان بوده و برآیند نیروها برابر صفر است. ولی برآیند نیروهای وارد بر مولکولی که در سطح قرار دارد رو به بالا می‌باشد. نیرویی که به مولکول‌های سطحی رو به بالا وارد می‌شود را نیروهای کشش سطحی می‌گویند. واحد کشش سطحی $\frac{N}{m}$ می‌باشد. با افزایش دما نیروهای بین مولکول کاهش یافته و لذا کشش سطحی کاهش می‌یابد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

برای یک قطره داریم:

$$\Delta P = \frac{2 \sigma}{r}$$

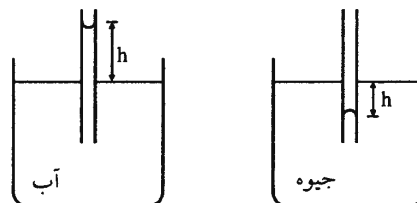
$$\Delta P = \frac{4 \sigma}{r}$$

$$\Delta P = \frac{\sigma}{r}$$

برای یک حباب:

همچنین در مورد یک جت استوانه‌ای داریم:

صعود و نزول سیال در لوله موئین



اگر سیستم نمایش یافته در شکل را در نظر بگیریم دو نیروی مختلف وجود دارند که عبارتند از نیروهای چسبندگی بین مایع و شیشه، و نیروهای کشش سطحی (یا نیروهای پیوستگی بین مولکول‌های خود مایع). اگر نیروی‌های چسبندگی بیشتر از کشش سطحی باشند سیال در لوله موئین صعود می‌کند به‌عنوان مثال آب در لوله موئین صعود می‌کند. بالعکس اگر نیروهای کشش سطحی بیشتر از نیروهای چسبندگی باشد سیال در لوله موئین نزول می‌کند به‌عنوان مثال جیوه در لوله موئین نزول می‌کند.

$$h = \frac{2 \sigma \cos \theta}{\gamma \cdot r}$$

در رابطه فوق: σ : کشش سطحی، γ : وزن مخصوص سیال برابر ρg و θ : زاویه تماس سیال با سطح می‌باشد.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل دوم

استاتیک سیالات

در استاتیک سیالات، سیال ساکن را بررسی می‌کنیم. در سیال ساکن و نیز در سیالی که مانند جسم صلب حرکت می‌کند لایه‌های مجاور سیال نسبت به هم حرکت نمی‌کنند و لذا تنش برشی صفر است. بنابراین فقط تنش‌های فشاری (نیروهای عمودی) مطرح می‌گردند. در یک سیال ساکن تغییرات فشار با روابط زیر داده می‌شود:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho \frac{g}{g_c} \quad \text{و} \quad \frac{dP}{dx} = 0$$

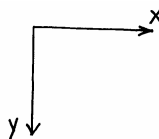
رابطه بالا بدین معنی است که در سیال ساکن در یک عمق معین فشار مقدار ثابتی است به عبارت دیگر تغییر فشار در راستای افق در یک عمق معین نداریم و فشار صرفاً با تغییر عمق تغییر می‌کند بنابراین :

$$\frac{dP}{dx} = 0 \quad \frac{dP}{dy} = -\rho \frac{g}{g_c}$$



توجه می‌شود که علامت منفی بستگی به جهت انتخابی محور y ها دارد که اگر جهت مثبت محور y ها در خلاف جهت با نیروی جاذبه باشد قرار دادن علامت منفی الزامی است و در صورتی که جهت مثبت محور y ها در جهت جاذبه زمین باشد نیازی به علامت منفی نیست:

$$\frac{dP}{dx} = 0 \quad \frac{dP}{dy} = \rho \frac{g}{g_c}$$



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

طبق رابطه $dp = -\rho g dy$ برای محاسبه تغییرات فشار با تغییر ارتفاع باید از این رابطه انتگرال گیری کرد. اگر سیال مورد نظر تراکم ناپذیر باشد ($\rho = cte$) می توان نوشت:

$$\int_{p_0}^P dp = -\int \rho g dy = -\rho g \int_0^y dy \rightarrow P = P_0 - \rho g y$$

این رابطه نشان می دهد که فشار در یک سیال تراکم ناپذیر با ارتفاع به طور خطی تغییر می کند.

اما اگر P با ارتفاع تغییر کند دو حالت را می توان در نظر گرفت حالت اول حالتی است که سیال هم دما است. به عبارت دیگر اگر سیال را گاز ایده آل هم دما در نظر بگیریم داریم:

در گاز ایده آل: $\rho = \frac{RM}{RT}$

$$dP = -\frac{PM}{RT} g dy$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{M}{RT} g dy$$

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = \int_{y_0}^y \frac{-Mg}{RT} dy$$

و با انتگرال گیری داریم:

$$\ln \frac{P}{P_0} = \frac{-Mg}{RT} (y - y_0)$$

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgy}{RT}}$$

و اگر $y_0 = 0$ در نظر گرفته شود:

یعنی در یک سیال تراکم پذیر با افزایش y ، فشار بصورت اکسپونانسیالی کاهش می یابد.

اصل پاسکال:

اصل پاسکال بیان می کند که در یک سیال ساکن در یک نقطه فشار در تمامی جهات یکسان است. به عبارت دیگر در یک سیال ساکن در

یک نقطه $P_x = P_y = P_z$. اگر سیال ساکن نباشد اصل پاسکال برقرار نیست و فشار در هر نقطه برابر است با $\frac{P_x + P_y + P_z}{3}$.

واحدهای فشار:

برای بیان فشار در سیستم های مختلف می توان واحدهای مختلفی را در نظر گرفت واحدهایی که باید به خاطر داشته باشیم عبارتند از:

$$1 \text{ atm} = 14.7 \text{ psi} = 1.013 \times 10^5 \text{ pa} = 10.33 \text{ mH}_2\text{O} = 760 \text{ mm Hg} = 29.92 \text{ in Hg} = 33.91 \text{ ft H}_2\text{O}$$

فشار نسبی و فشار مطلق:

اگر فشار نسبت به فشار اتمسفر سنجیده شود فشار نسبی است. در این حالت فشار منفی بدین معنی است که فشار در نقطه مورد نظر از فشار اتمسفر کمتر است.

یادداشت:

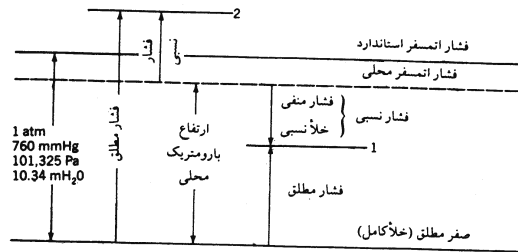
.....

.....

.....

.....

اگر فشار نسبت به خلاء مطلق سنجیده شود فشار مطلق می‌نامیم در شکل زیر مفاهیم فشار نسبی و فشار مطلق مطرح گردیده است.



وسایل اندازه‌گیری فشار :

بارومتر : وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری فشار محلی بکار می‌رود همانطور که از شکل معین است داریم :



بارومتر جیوه‌ای

$$P_{atm} = P_v + \rho g h$$

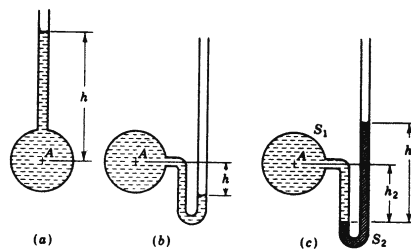
h ارتفاع مایع داخل ستون است و P_v فشار بخاری است که در انتهای ستون وارد می‌گردد.

توجه می‌شود اگر ستون مایع دارای زاویه باشد باید ارتفاع عمودی سیال را بدست آورد که برای این منظور طول ستون سیال باید در \cos زاویه‌ای که با افق ساخته می‌شود ضرب گردد.

$$P_{atm} = P_x + \rho g (h \cos \theta)$$

اگر در مسائل P_v داده نشد می‌توان از آن صرف نظر کرد.

مانومتر : وسیله‌ای است که با بهره‌گیری از ستون مایع اختلاف فشار را اندازه‌گیری می‌کند. ساده‌ترین نوع مانومترها پیزومترها هستند که برای اندازه‌گیری فشارهای مثبت در مایعات بکار می‌روند. روشن است که پیزومتر برای اندازه‌گیری فشارهای نسبی منفی به کار نمی‌آید، زیرا در آن صورت هوا از طریق لوله به مخزن جریان خواهد یافت. برای اندازه‌گیری فشارهای خیلی زیاد مثبت نیز نمی‌توان از پیزومتر استفاده کرد. زیرا ارتفاع قسمت شیشه‌ای خیلی زیاد خواهد بود. برای اندازه‌گیری فشارهای کم منفی می‌توان لوله شیشه‌ای را به شکل خمیده در آورد که در شکل نشان داده شده است.



یادداشت:

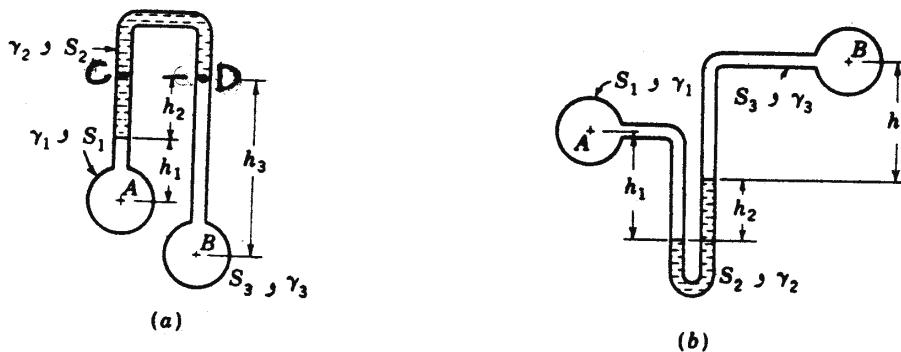
.....

.....

.....

.....

برای اندازه‌گیری فشارهای بزرگتر مطابق شکل c از مایع دیگری با چگالی بیشتر استفاده می‌کنیم. این مایع، مایع مانومتری نامیده می‌شود که می‌بایست با سیال داخل مخزن نامحلول باشد. نحوه کار با مانومترها را در دو مثال زیر نشان می‌دهیم :



مانومتر دیفرانسیل

در شکل (a) فرض کنیم فشار نقطه A معلوم است و فشار نقطه B از ما پرسیده شده است. از نقطه A شروع می‌کنیم تا به نقطه B برسیم P_A را می‌نویسیم هر گاه از نقطه مورد نظر بالا می‌رویم باید فشار ستون مایع را از P_A کم کنیم و هرگاه به سمت پایین می‌رویم باید فشار ستون مایع را به P_A اضافه کنیم ، در این مثال چون از ابتدا از نقطه A به سمت بالا می‌رویم باید فشار ستون سیال شماره ۱ که برابر $\rho_1 g h_1$ است را از P_A کم کنیم سپس به اندازه ارتفاع h_2 در ستون سیال شماره ۲ بالا می‌رویم بنابراین باید $\rho_2 g h_2$ را نیز از P_A کم کنیم تا به نقطه C برسیم. چون دو نقطه C و D در داخل یک سیال و در یک ارتفاع قرار دارند . فشار این دو نقطه برابر است و از نقطه C می‌توانیم به نقطه D برویم. از نقطه D در ستون سیال شماره ۳ به اندازه h_3 پایین می‌رویم تا به نقطه B برسیم بنابراین باید $\rho_3 g h_3$ را به P_A اضافه کنیم و داریم :

$$P_A - \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 = P_B$$

اگر همین روش را در مورد شکل (b) بکار ببریم داریم :

$$P_A + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_3 = P_B$$

نیروی وارد بر سطوح در سیال ساکن :

مسائل نیروی وارد بر سطوح را می‌توان به چهار دسته :

صفحات افقی ، صفحات مایل ، صفحات عمودی و سطوح انحنادار تقسیم‌بندی کرد که هر یک از موارد را بررسی می‌کنیم :

یادداشت:

.....

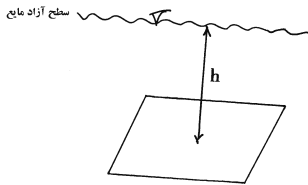
.....

.....

.....

صفحات افقی :

فشار وارد بر صفحات افقی از طرف سیال برابر ρgh است که h عبارت است از فاصله صفحه تا سطح آزاد سیال و P دانسیته سیال است. بدیهی است که نیروی وارد بر صفحات افقی برابر است با $F = \rho ghA$. محل اثر نیروی بر آیند همان مرکز سطح می باشد.



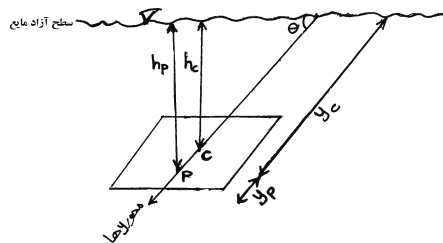
صفحات مایل :

نیروی وارد بر سطوح مایل برابر است با فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت صفحه. بنابراین نیروی وارد بر سطوح مایل برابر است با:

$$F = P_C A \rightarrow F = \rho gh_c A$$

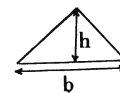
که در آن h_c فاصله مرکز سطح صفحه از سطح آزاد سیال می باشد. همان طور که از شکل معین است محل اثر نیرو یعنی نقطه P به اندازه y_p روی محور y ها از مرکز سطح یعنی نقطه C پایین تر است. فاصله قائم محل اثر نیرو تا سطح آزاد مایع برابر h_p است.

$$y_p = \frac{I_{xx} \sin \theta}{h_c \cdot A}$$

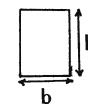


به عبارت دیگر محل اثر نیرو عبارت است از $y_p + y_c$ که y_c همان y برای مرکز سطح است و y_p نیز از فرمول فوق محاسبه می گردد. در فرمول بالا θ زاویه ای است که راستای صفحه یعنی همان محور y ها با افق می سازد. h_c فاصله عمودی مرکز سطح تا سطح آزاد مایع است و A مساحت می باشد. I_{xx} را در موارد زیر باید به خاطر بسپاریم :

برای مثلث $I_{xx} = \frac{bh^3}{36}$



برای مستطیل $I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$



یادداشت :

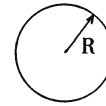
.....

.....

.....

.....

$$I_{xx} = \frac{\pi R^4}{4} \text{ برای دایره}$$



روش منشور فشار :

اگر روی یک صفحه مایل منشوری بسازیم بطوریکه ارتفاع منشور در هر نقطه برابر ارتفاع سیال از سطح آزاد مایع در آن نقطه باشد در این صورت می‌توان گفت نیروی وارد بر صفحه برابر است با وزن سیال هم حجم منشور. در این روش محل اثر نیروی برآیند برابر است با مرکز حجم منشور. (منظور این است که می‌توان برای تعیین محل اثر نیرو در این روش تصویر مرکز حجم منشور بر روی صفحه را به دست آورد).

$$F = V \cdot \rho \cdot g = V \cdot \gamma$$

صفحه قائم:

حالت سوم نیروی وارد بر صفحات قائم است. این حالت دقیقاً مانند حالت سطوح مایل است و باید از همان روابط استفاده نمود با این تفاوت که θ یعنی زاویه‌ای که راستای سطح با سطح آزاد مایع می‌سازد برابر 90 درجه است.

سطوح انحنادار:

حالت چهارم نیروی وارد بر سطوح انحنادار است. در مورد سطوح انحنادار باید نیروی وارد بر سطح را در دو راستای افقی و عمودی بدست آورده و سپس برآیند دو نیروی افقی و عمودی را محاسبه کرد.

مولفه افقی نیروی وارد بر سطوح انحنادار:

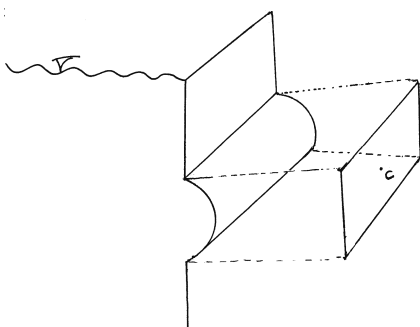
برای بدست آوردن نیروی افقی وارد بر یک سطح ابتدا تصویر سطح انحنادار را در راستای عمودی بدست می‌آوریم. حال با یک سطح عمودی سروکار داریم که نیروی وارد بر این سطح تصویر شده برابر نیروی افقی وارد بر سطح انحنادار است.

$$F_H = \rho g h_c A = \gamma h_c A$$

ρ : جرم مخصوص سیال است.

h_c : فاصله سطح آزاد مایع تا مرکز سطح تصویر شده در راستای عمود است.

A: مساحت سطح تصویر شده است.



یادداشت:

.....

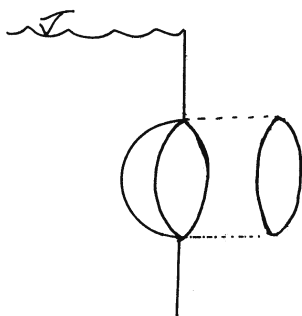
.....

.....

.....

همان‌طور که در شکل نشان داده شده تصویر نیم استوانه در راستای عمودی یک مستطیل است. در شکل مرکز سطح تصویر شده با C نمایش داده شده است، یک ضلع مستطیل تصویر شده برابر طول استوانه و ضلع دیگر مستطیل برابر قطر استوانه می‌باشد. حال برای بدست آوردن نیروی افقی وارد بر نیم استوانه می‌توان نیروی وارد بر مستطیل را از رابطه $\rho g h_c A$ بدست آورد. که در آن A مساحت مستطیل تصویر شده است و h_c فاصله عمودی مرکز مستطیل تصویر شده تا سطح آزاد مایع است.

حال فرض کنید بجای یک نیم استوانه یک نیم کره داشته باشیم. تصویر نیمکره بر راستای عمودی یک دایره خواهد بود.



حال برای بدست آوردن مؤلفه افقی نیروی وارد بر نیمکره می‌توان نیروی وارد بر دایره را بدست آورد که برابر با $\rho g h_c A$ است که در آن A مساحت دایره تصویر شده و h_c فاصله عمودی مرکز نیم دایره تا سطح آزاد مایع است.

مؤلفه عمودی نیروی وارد بر سطوح انحنا دار:

برای بدست آوردن مؤلفه عمودی نیروی وارد بر سطوح انحنا دار باید وزن سیال بالای سطح انحنا دار را بدست آورد. وزن سیال بالای سطح منحنی برابر γV می‌باشد. γ وزن مخصوص سیال است ($\gamma = \rho g$) و V حجم سیال بالای سطح انحنا دار تا سطح آزاد مایع می‌باشد.

لازم به ذکر است که در برخی از مسائل برای بدست آوردن نیروی عمودی وارد بر صفحات انحنا دار می‌توان حجم فرضی سیال بالای سطح را در نظر گرفت. بطوریکه سطح آزاد سیال را امتداد می‌دهیم و سپس حجم فرضی بالای صفحه انحنا دار را بدست می‌آوریم.

در این حالت نیروی عمودی وارد بر سطح برابر γV می‌باشد. که V حجم فرضی سیال بالای سطح منحنی است.

اجسام شناور و غوطه‌ور در سیال :

وقتی یک جسم با وزن مخصوص γ' در داخل سیال با وزن مخصوص γ قرار می‌گیرد حالت‌های زیر به وقوع می‌پیوندند:

الف: $\gamma' > \gamma$: جسم در داخل سیال فرو رفته و به حالت غوطه‌ور در می‌آید.

در این حالت از طرف سیال نیروئی در راستای قائم رو به بالا بر جسم وارد می‌شود که مقدار آن برابر وزن سیال جابجا شده می‌باشد:

$$F_B = \gamma V$$

که F_B نیروی شناوری (بویانسی) بوده و V حجم جسم می‌باشد.

ب: $\gamma' < \gamma$: جسم روی سیال شناور می‌ماند و تعادل آن موقعی برقرار می‌شود که وزن سیال جابجا شده با وزن جسم برابر باشد :

$$F_B = W = \gamma' V'$$

یادداشت:

.....

.....

.....

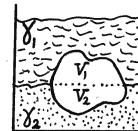
.....

V' حجم سیال جا بجا شده است.

پس در حالت کلی بر هر جسم که در داخل سیال شناور یا غوطه ور باشد یک نیرو در راستای عمودی و به سمت بالا وارد می‌شود که آن را نیروی بویانسی یا شناوری می‌نامیم.

نکته ۱: امتداد نیروی شناوری از مرکز حجم جسم عبور می‌کند.

نکته ۲: اگر قسمتی از جسم به حجم V_1 در داخل سیالی با وزن مخصوص γ_1 و قسمتی دیگر به حجم V_2 در داخل سیالی با وزن مخصوص γ_2 غوطه‌ور باشد نیروی بویانسی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2$$

تبادل اجسام غوطه‌ور و شناور:

برای اجسام غوطه‌ور و شناور سه حالت تعادل پایدار، تعادل ناپایدار و تعادل خنثی تعریف می‌گردد.

تعادل پایدار حالتی است که وقتی جسم را کمی منحرف کنیم و سپس جسم را رها کنیم به حالت قبلی خود بازگردد در این حالت مرکز جرم جسم پایین‌تر از مرکز حجم جسم (محل اثر نیروی بویانسی) است.

حالت تعادل ناپایدار زمانی است که اگر جسم را کمی منحرف کنیم به حالت قبلی خود برنگردد و به عبارت دیگر جسم واژگون شود. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که مرکز حجم جسم (محل اثر نیروی بویانسی) از مرکز جرم جسم پایین‌تر است.

حالت تعادل خنثی زمانی است که جسم را در هر حالتی قرار دهیم در همان حالت باقی بماند یا به عبارت دیگر حالت ثانویه با حالت اولیه تفاوت نکند این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که مرکز حجم جسم (محل اثر نیروی بویانسی) بر مرکز جرم جسم منطبق باشد.

هیدرومتر: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری دانسیته مایعات بکار می‌رود و براساس اصول شناوری عمل می‌نماید.

برای بدست آوردن دانسیته سیال مجهول، ابتدا هیدرومتر را در آب به حالت شناور قرار می‌دهند. سپس آن را در داخل سیالی با دانسیته S شناور می‌کنند. اگر اختلاف ارتفاع هیدرومتر در آب و سیال مجهول را Δh بنامیم و اگر سطح مقطع لوله هیدرومتر را a بنامیم. داریم:

$$W = \gamma_w V_0$$

$$W = \gamma(V_0 - a \cdot \Delta h) = S \gamma_w (V_0 - a \cdot \Delta h)$$

V_0 حجم قسمتی از هیدرومتر است که داخل آب می‌باشد. از تساوی روابط فوق داریم:

$$\Delta h = \frac{V_0}{a} \left(\frac{S-1}{S} \right)$$

با اندازه‌گیری Δh می‌توان مقدار S را که دانسیته سیال مجهول است بدست آورد.

حرکت صلب‌گونه سیالات:

منظور از حرکت سیالات صلب‌گونه حالتی است که ظرف حاوی سیال، در حرکت است ولی سیال داخل ظرف دارای هیچ‌گونه حرکتی نمی‌باشد به عبارت دیگر ذرات سیال مانند یک جسم جامد عمل می‌نمایند که ذرات آن نسبت به هم بدون حرکت هستند.

حرکت صلب‌گونه سیالات در دو حالت حرکت با شتاب خطی یکنواخت و حرکت دورانی یکنواخت قابل بررسی است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

حرکت با شتاب خطی یکنواخت :

مطابق شکل ظرف حاوی سیال با شتاب a در حال حرکت است. بردار شتاب دارای دو مولفه a_x, a_y در راستای محورهای x و y می باشد بنابراین داریم :



همان طور که در بخش استاتیک سیالات گفته شده تغییرات فشار در راستای x و y از روابط زیر به دست می آید:

$$\frac{dP}{dx} = -\rho a_x$$

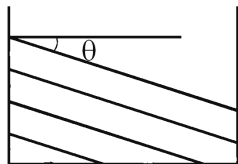
$$\frac{dP}{dy} = -\rho(a_y + g)$$

از دو رابطه فوق داریم :

$$dp = -\rho a_x dx - \rho(a_y + g) dy$$

لازم به ذکر است اگر a_y با بردار شتاب ثقل (g) هم جهت باشد a_y را از g کم می کنیم و اگر a_y در خلاف جهت g باشد a_y را با علامت مثبت وارد می کنیم (به عبارت دیگر a_y را با g جمع می کنیم).

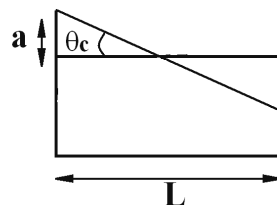
از شکل بالا مشخص است که هر نقطه روی خط MN قرار داشته باشد دارای فشار اتمسفر یک می باشد. بنابراین خط MN را خط هم فشار معادل فشار صفر می نامیم. اگر خط دیگری موازی MN ولی کمی پایین تر را مدنظر قرار دهیم. باز هم تمام نقاط روی آن هم فشار خواهد بود. خطوط هم فشار در شکل زیر نشان داده شده اند:



برای محاسبه شیب خطوط هم فشار در رابطه ذکر شده dp را مساوی صفر قرار می دهیم و داریم :

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = -\frac{a_x}{a_y + g}$$

در برخی موارد در اثر حرکت ظرف مقداری از سیال داخل ظرف بیرون می ریزد برای پاسخ به این سوال که آیا سیالی از ظرف بیرون ریخته است یا خیر ابتدا باید یک زاویه بحرانی θ_c تعریف کنیم مطابق شکل :



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

لازم به ذکر است که سطح آزاد مایع همواره از وسط سطح آزاد اولیه مایع (یعنی سطح آزاد مایع قبل از حرکت) می‌گذرد. θ_c با توجه به

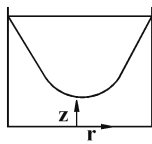
شکل از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$\tan \theta_c = \frac{a}{\frac{L}{2}}$$

حال اگر سطح آزاد مایع به بالای ظرف نرسد یعنی $\theta \leq \theta_c$ باشد آب از ظرف خارج نمی‌گردد و اگر $\theta > \theta_c$ باشد سیال از ظرف خارج می‌گردد.

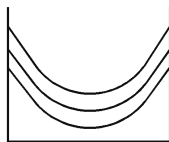
حرکت دورانی :

رابطه حرکت صلب گونه دورانی سیالات را می‌توان از رابطه حرکت شتابدار خطی با جایگزین کردن $a_x = -r\omega^2$ به دست آورد اگر فرض کنیم $a_y = 0$ ، خواهیم داشت (ω سرعت دورانی می‌باشد)



$$dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$$

برای به دست آوردن سهمی‌های ایزوبار با قرار دادن $dp = 0$ داریم :



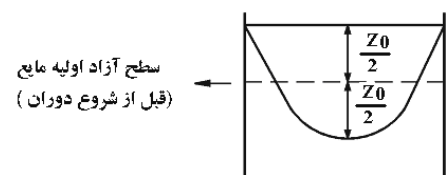
$$\frac{dz}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}$$

حجم سهمی بوجود آمده در اثر حرکت شتابدار دورانی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{حجم سهمی} = \frac{1}{2} \pi R^2 Z_0$$

برای محاسبه Z_0 داریم:

$$Z_0 = \frac{R^2 \omega^2}{2g}$$



که در رابطه فوق R شعاع ظرف می‌باشد. از رابطه $dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$ می‌توان انتگرال‌گیری کرد و داریم :

$$P = P_0 + \rho \frac{r^2 \omega^2}{2} - \rho g y$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

که در این صورت P_0 فشار نقطه مرجع (که نقطه‌ای انتخابی است) می‌باشد. در حالت دورانی نیز ممکن است سیال از ظرف بیرون بریزد

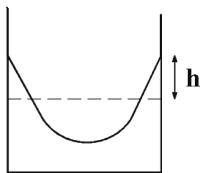
برای بررسی این مسئله فرض می‌کنیم مطابق شکل h اختلاف سطح آزاد اولیه (قبل از دوران) با بالای ظرف باشد $Z_0 = \frac{R^2 \omega^2}{2g}$ را

محاسبه می‌کنیم:

اگر $h < \frac{Z_0}{2}$ مایع بیرون می‌ریزد.

اگر $h > \frac{Z_0}{2}$ مایع بیرون نمی‌ریزد.

اگر $h = \frac{Z_0}{2}$ مایع در آستانه ریزش می‌باشد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل سوم

جریان سیالات

جریان آرام

جریانی است که در آن لایه‌های سیال به آرامی روی هم می‌لغزند و مسیر حرکت ذرات قابل پیش‌بینی می‌باشد. در جریان آرام انتقال مومنوم مولکولی توسط ذرات سیال صورت می‌گیرد. در جریان آرام رابطه $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$ برقرار است. در جریان آرام بازگشت‌ناپذیری و اتلاف انرژی از جریان درهم کمتر است به طوری که $h_f \propto Q^1$, $h_f \propto V^1$ که در این روابط h_f اتلاف انرژی، Q دبی حجمی جریان و V سرعت جریان می‌باشد.

جریان درهم

در جریان درهم مسیر حرکت ذرات قابل تشخیص نیستند. در این حالت ذرات سیال به هم چسبیده و تولید eddy یا گردابه می‌کنند. در جریان درهم انتقال مومنوم توسط گردابه‌ها صورت می‌گیرد. در جریان درهم $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ صادق نیست بلکه $\tau = \eta \frac{du}{dy}$ برقرار است که در این رابطه η لزجت گردابه‌ای است. لزجت گردابه‌ای تابعی از خواص سیال (دانسیته) و نوع حرکت سیال می‌باشد. در جریان درهم اتلاف انرژی از جریان آرام خیلی بیشتر است به طوری که $h_f \propto Q^n$ و $h_f \propto V^n$ که در این روابط n از 1.75 تا 2 بسته به میزان درهم بودن جریان تغییر می‌کند.

یادداشت:

.....

.....

.....

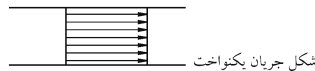
.....

جریان یکنواخت :

جریانی است که بردار سرعت در هر لحظه داده شده در تمامی نقاط از لحاظ اندازه و جهت یکسان باشد. در جریان یکنواخت داریم:

$$\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

در جریان یکنواخت به دلیل این که اختلاف سرعت در یک سطح مقطع نداریم تنش برشی نداریم.



شکل جریان یکنواخت

جریان دائم (Steady State)

جریانی است که در آن شرایط در هر نقطه از سیال با گذشت زمان تغییر نکند. بنابراین در جریان دائم (پایدار) بردار سرعت از لحاظ

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

یعنی مقدار و راستا با زمان تغییر نخواهد کرد.

توجه: جریان مایع درون یک لوله بلند با دبی ثابت جریان دائم یکنواخت است. جریان با دبی ثابت درون لوله‌ای با سطح مقطع افزایش یابنده در طول لوله، جریان دائم، غیریکنواخت می‌باشد در حالی که جریان درون یک لوله با سطح مقطع افزایش یابنده در طول لوله و دبی افزایش یابنده غیردائم و غیریکنواخت است.

خط مسیر (path line) :

مکان هندسی نقاطی است که یک ذره سیال طی می‌کند.

خط رگه (Streak Line) :

برای تعیین مسیر حرکت متوالی یک سیال، اغلب ماده رنگی را به درون سیال تزریق می‌کنند خط اثر حاصل از رنگ را خط رگه می‌نامند.

خط جریان (Stream Line) :

خط جریان، خط پیوسته‌ای است که درون سیال رسم شده، در هر نقطه دارای جهت بردار سرعت در آن نقطه می‌باشد. یعنی خط جریان خطی است که مماس بر آن در هر لحظه راستای بردار سرعت را می‌دهد. برای تعیین معادله خط جریان از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

که w, v, u به ترتیب مولفه‌های بردار سرعت در راستای x, y, z هستند $(\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k})$.

توجه: در جریان دائم، جهت بردار سرعت در هر نقطه تغییری نمی‌کند پس شیب خط جریان در هر نقطه ثابت بوده و خط جریان در فضا ثابت می‌ماند. یک ذره همیشه مماس بر خط جریان حرکت می‌کند بنابراین در جریان دائم مسیر یک ذره یک خط جریان است و می‌توان گفت در جریان دائم خط جریان، خط مسیر و خط رگه هر سه بر هم منطبق می‌باشند.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

قانون بقا در یک سیستم (قانون پیوستگی):

اگر جریان یکنواخت و سیستم هم پایدار باشد و جریان را یک بعدی فرض کنیم، قانون بقا به شکل زیر نوشته می شود:

$$\rho_i V_i A_i = \rho_e V_e A_e$$

اگر سیال تراکم ناپذیر باشد می توان نوشت :

$$V_i A_i = V_e A_e$$

از آنجا که جریان یکنواخت به دلیل وجود اصطکاک عملاً امکان پذیر نیست بنابراین می بایست از مفهوم سرعت متوسط استفاده نمود:

$$\rho_i \bar{V}_i A_i = \rho_e \bar{V}_e A_e$$

که \bar{V} سرعت متوسط می باشد.

محاسبه سرعت متوسط

سرعت متوسط در یک جریان غیر یکنواخت از رابطه $\bar{V} = \frac{1}{A} \int V dA$ محاسبه می شود.

نتیجه: اگر سرعت در جریان آرام سیال در داخل لوله ای با شعاع R از رابطه $V = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ پیروی می کند سرعت متوسط سیال

برابر است با $\frac{1}{2} V_{\max}$.

توجه ۱: در جریان درهم در داخل لوله توزیع سرعت با رابطه $V = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]^{\frac{1}{7}}$ داده می شود که در این رابطه r فاصله از مرکز

لوله و y فاصله از دیواره لوله می باشد. سرعت متوسط در جریان درهم از رابطه $\bar{V} = \frac{49}{60} V_{\max} = 0.82 V_{\max}$ بدست می آید.

توجه ۲: به طور کلی اگر توزیع سرعت سیال در داخل لوله از رابطه $V = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^m \right]$ بدست آید آن گاه می توان سرعت متوسط را از

$$\bar{V} = \frac{2}{(m+1)(m+2)} V_{\max}$$

رابطه زیر بدست آورد:

قانون پیوستگی در حرکت سه بعدی

قانون پیوستگی در حرکت سه بعدی با رابطه زیر بیان می شود:

$$\nabla(\rho \bar{V}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

به عبارت دیگر داریم:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \rightarrow \nabla \bar{V} = 0$$

اگر سیال تراکم ناپذیر باشد P ثابت است بنابراین داریم :

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = 0 \rightarrow \nabla(\rho \bar{V}) = 0$$

اگر جریان تراکم پذیر ولی Steady باشد $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \right)$ خواهیم داشت:

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

تابع جریان

تابع جریان برای جریان‌های دوبعدی در حالت پایدار مطرح می‌گردد. برای تابع جریان در سیالات تراکم‌ناپذیر روابط زیر حاکم است:

$$V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\rho V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \rho V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

زمانی که جریان سیال تراکم‌پذیر باشد از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

معادله اولر :

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{VdV}{g_c} + \frac{g}{g_c} dz = 0$$

معادله اولر عبارت است از:

این معادله با سه فرض زیر به دست آمده است:

(۱) سیال ایده‌آل است بنابراین از اتلاف صرف‌نظر شده است.

(۲) جریان دائمی می‌باشد. (تغییرات با زمان نداریم).

(۳) معادله اولر برای یک خط جریان نوشته شده است به عبارت دیگر معادله اولر در طول یک خط جریان برقرار است.

در معادله اولر ترم $\frac{dP}{\rho}$ بیانگر انرژی فشاری، ترم $\frac{VdV}{g_c}$ بیانگر انرژی جنبشی و ترم $\frac{g}{g_c} dz$ بیانگر انرژی پتانسیل می‌باشد.

بنابراین معادله اولر بیان می‌دارد که مجموع انرژی جنبشی، فشاری و پتانسیل در طول یک خط جریان مقدار ثابتی است.

معادله برنولی:

معادله برنولی با اضافه کردن فرض چهارم به فرض‌های معادله اولر و سپس انتگرال‌گیری از معادله اولر نتیجه می‌شود. اگر فرض کنیم که

سیال تراکم‌ناپذیر است (یا به عبارت دیگر دانسیته سیال ثابت است) و از معادله اولر انتگرال بگیریم معادله برنولی به دست می‌آید:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g_c} + \frac{g}{g_c} z = cte$$

بیان معادله برنولی در سیستم SI :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = cte \quad \text{انرژی بر واحد جرم سیال} \\ \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = cte \quad \text{ارتفاع} \end{array} \right.$$

بیان معادله برنولی در سیستم انگلیسی :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g_c} + \frac{g}{g_c} z = cte \quad \text{انرژی بر واحد جرم سیال} \\ \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = cte \quad \text{ارتفاع} \end{array} \right.$$

یادداشت:

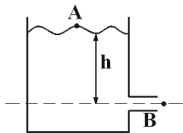
.....

چند مثال از کاربردهای معادله برنولی :

اریفیس : اریفیس یکی از وسایل اندازه‌گیری دبی سیال می‌باشد.

$$V_B = \sqrt{2gh}$$

این رابطه چه در سیستم SI و چه در سیستم انگلیسی برقرار است.

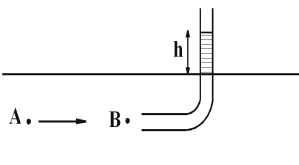


لوله پیتوت :

یکی از وسایل اندازه‌گیری سرعت سیال است. مطابق شکل داریم :

$$V_A = \sqrt{2gh}$$

این رابطه چه در سیستم SI و چه در سیستم انگلیسی برقرار است.



ضریب تصحیح انرژی جنبشی :

در بدست آوردن معادله برنولی فرض شد که جریان یکنواخت است. می‌دانیم به دلیل وجود اصطکاک، جریان یکنواخت در حالت واقعی رخ نمی‌دهد بنابراین باید این فرض را اصلاح کرد. برای این کار ترم انرژی جنبشی را در ضریب تصحیح انرژی جنبشی که آن را با α نمایش می‌دهیم ضرب می‌کنیم و به جای سرعت از سرعت متوسط استفاده می‌کنیم. ضریب تصحیح انرژی جنبشی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{V}{\bar{V}} \right)^3 dA$$

لازم به ذکر است که در جریان آرام داخل لوله $\alpha=2$ و در جریان درهم $\alpha=1.05$ می‌باشد.

قانون بقای مومنتوم :

اگر فرض شود که ۱ - جریان دائمی (Steady)، ۲ - جریان یکنواخت (سرعت در سطح مقطع ثابت است) و ۳ - دبی جریان (\dot{m}) ثابت باشد، آن‌گاه می‌توان قانون بقای مومنتوم را برای یک جریان یک بعدی به شکل زیر بیان کرد :

$$\sum F_x = \frac{\dot{m}}{g_c} (V_{2x} - V_{1x})$$

بدیهی است که در سیستم SI لازم به نوشتن g_c نیست. در حل مسائل می‌توانیم از رابطه کلی زیر استفاده کنیم.

$$P_1 A - P_2 A + F_W - F_g = \frac{\dot{m}}{g_c} (V_{2x} - V_{1x})$$

که در آن P_1 فشار در سطح مقطع ورودی به لوله، P_2 فشار در سطح مقطع خروجی از لوله، F_g نیروی وزن در راستای موردنظر (راستای x) و F_W نیرویی است که بدنه (دیواره لوله) به سیال وارد می‌کند و V_{2x} مولفه سرعت در خروجی و V_{1x} مولفه سرعت ورودی در راستای موردنظر است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

تذکر : نیروی F_W به دست آمده از رابطه فوق نیرویی است که بدنه به سیال وارد می‌کند و برای به دست آوردن نیروی وارده از طرف سیال به بدنه، علامت نیروی به دست آمده از F_W را تغییر می‌دهیم.

ضریب تصحیح اندازه حرکت :

در به دست آوردن قانون بقای مومنتوم فرض کردیم که سرعت یکنواخت است از آن جا که جریان یکنواخت در حالت واقعی رخ نمی‌دهد برای تصحیح رابطه از ضریب تصحیح اندازه حرکت استفاده می‌کنیم.

$$\Sigma F_x = \frac{\dot{m}}{g_c} (\beta_2 V_{2x} - \beta_1 V_{1x})$$

$$\beta = \frac{1}{A} \int \left(\frac{V}{\bar{V}} \right)^2 dA$$

ضریب تصحیح اندازه حرکت از رابطه زیر بدست می‌آید:

توجه ۱ : β در جریان آرام درون لوله برابر $\frac{4}{3}$ و در جریان درهم بین 1.03 تا 1.06 است (بسته به این که جریان درهم و یا خیلی درهم

باشد).

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

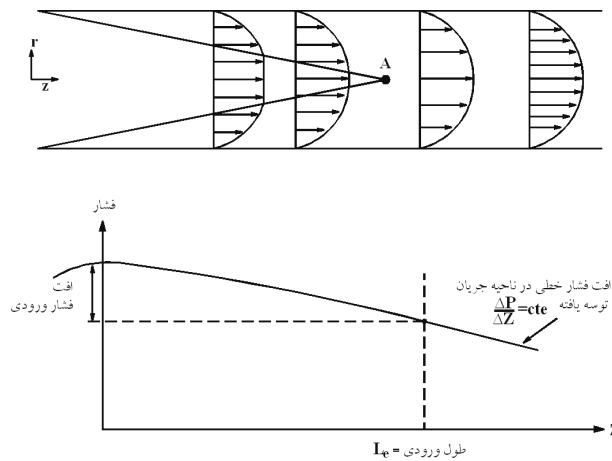
برای جریان آرام روی یک صفحه ضخامت لایه مرزی در فاصله x از ابتدای صفحه از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re}} \rightarrow \frac{\delta_1}{\delta_2} = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{0.5}$$

در حالی که در جریان درهم از روی صفحه ضخامت لایه مرزی از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.37}{\sqrt[5]{Re}} \rightarrow \frac{\delta_1}{\delta_2} = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{0.8}$$

حال اگر جریان داخل یک لوله را در نظر بگیریم، لایه‌های مرزی در فاصله کوتاهی از روی مجرا به هم رسیده (نقطه A) و ناحیه بدون لزجت را از بین می‌برید.



از ابتدای ورودی لوله تا نقطه A، سرعت سیال تابعی از z, r می‌باشند. به این ناحیه، ناحیه ورودی لوله (Entrance zone) می‌گویند. بعد از نقطه A سرعت سیال با تغییر z تغییری نمی‌کند و سرعت فقط در این ناحیه فقط تابع شعاع می‌باشد. به ناحیه بعد از نقطه A ناحیه توسعه یافته یا (Fully developed) می‌گویند.

توجه: در ناحیه توسعه یافته فشار با تغییر z به صورت خطی تغییر می‌کند $\left(\frac{\Delta P}{\Delta Z} = cte \right)$

محاسبه تنش در جریان سیال:

میزان تنش از رابطه روبه‌رو قابل محاسبه است:

$$\tau = -\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{r}{2}$$

r شعاع هر نقطه و L طول می‌باشد. این رابطه چه در جریان درهم و چه در جریان آرام صادق است. همچنین اگر جریان را توسعه یافته فرض کنیم $\left(-\frac{\Delta P}{L} = cte \right)$ از این رابطه نتیجه می‌گیریم که تنش با شعاع به شکل خطی تغییر می‌کند.

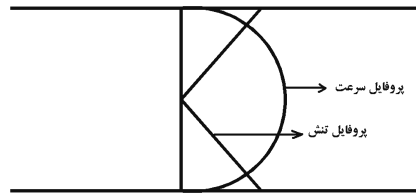
اگر در این رابطه $r = 0$ در نظر گرفته شود به این نتیجه می‌رسیم که تنش در مرکز لوله برابر صفر است و اگر $r = R$ فرض گردد میزان تنش روی دیواره لوله یعنی τ_w به دست می‌آید که بیشترین میزان تنش می‌باشد. با رسم پروفایل تنش از رابطه فوق داریم:

$$r = R \rightarrow \tau_{\max} = \tau_w = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{D}{4} \rightarrow V = 0$$

$$r = 0 \rightarrow \tau_{\min} = 0 \rightarrow V = V_{\max}$$

یادداشت:

.....



نمایش پروفایل تنش و سرعت در جریان سیال در یک لوله

پروفایل سرعت در جریان آرام و درهم سیال نیوتونی در داخل لوله

$$\tau = -\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{r}{2}$$

همان طور که در قسمت‌های قبلی گفته شد توزیع تنش در یک لوله با رابطه زیر به دست آمد:

$$\tau = -\frac{\mu}{g_c} \frac{du}{dr}$$

اگر جریانی از سیال نیوتونی را در یک لوله در نظر بگیریم می‌توان نوشت:

از برابری دو رابطه، انتگرال گیری و ساده سازی آن خواهیم داشت:

$$u = \frac{-g_c R^2 \Delta P}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

$$u_{\max} = \frac{-g_c R^2 \Delta P}{4\mu L}$$

ماکزیمم سرعت با جایگذاری $r = 0$ در رابطه فوق به دست می‌آید:

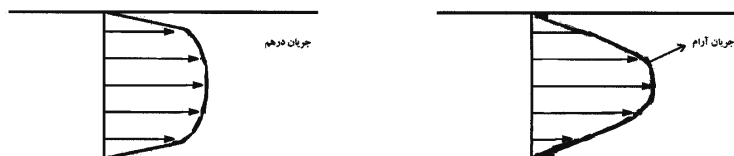
$$u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

بنابراین پروفایل سرعت در جریان آرام یک سیال نیوتونی داخل لوله با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{7}}$$

برای جریان درهم سیال نیوتونی داخل لوله پروفایل سرعت به صورت زیر می‌باشد:

توجه: شکل پروفایل سرعت در جریان آرام و درهم سیال نیوتونی در داخل لوله به شکل زیر می‌باشد:



محاسبه افت انرژی در جریان آرام:

$$u_{\max} = \frac{-g_c R^2 \Delta P}{4\mu L} = \frac{g_c D^2 \Delta P}{16\mu L}$$

برای جریان آرام رابطه زیر را به دست آوردیم:

و با جایگزینی در رابطه بالا می‌توان افت فشار را در جریان آرام داخل لوله به دست آورد: $u_{\max} = 2\bar{u}$ از طرفی می‌دانیم

$$-\Delta P = \frac{32\mu \bar{u} L}{g_c D^2} = \frac{128\mu Q L}{g_c \pi D^4}$$

این رابطه بنام رابطه هاگن - پویسله معروف است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

بدیهی است که در سیستم SI نیازی به نوشتن g_c نیست. از رابطه فوق نتیجه می‌شود که:

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \propto \frac{Q}{D^4} \xrightarrow{\text{اگر قطر لوله ثابت باشد}} \begin{cases} \Delta P \propto Q^1 \\ \Delta P \propto V^1 \end{cases}$$

اما اگر دبی ثابت باشد داریم:

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \propto \frac{1}{D^4} \rightarrow \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4$$

ضریب اصطکاک :

نسبت نیروهای برشی به نیروهای اینرسی را ضریب اصطکاک می‌گوییم. بنابراین ضریب اصطکاک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho V^2}{2g_c}}$$

$$h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g_c}$$

برای محاسبه h_f می‌توان از رابطه روبرو به دست آورد:

بنابراین با محاسبه ضریب اصطکاک f می‌توان از این رابطه h_f را به دست آورد.

رابطه داریسی - وایسباخ در دو سیستم SI و انگلیسی عبارت است از:

سیستم SI :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \text{ ، واحد } \frac{J}{kg} \\ h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \text{ ، واحد m و (ارتفاع سیال)} \end{array} \right.$$

سیستم FPS :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g_c} \text{ ، واحد } \frac{ft \cdot lb_f}{lb_m} \\ h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \text{ ، واحد ft (ارتفاع سیال)} \end{array} \right.$$

همانطور که از روابط معین است در سیستم انگلیسی h_f با هر دو واحد از لحاظ عددی یک مقدار را به دست می‌دهد. نوشتن عدد 32.2

در مخرج در سیستم انگلیسی برای محاسبه h_f بر حسب هر دو واحد لازم است.

لازم به ذکر است که در مکانیک سیالات با دو ضریب اصطکاک فاینینگ و داریسی سروکار داریم. روابط ذکر شده با ضریب اصطکاک فاینینگ

نوشته شده است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

بین دو ضریب اصطکاک رابطه زیر برقرار است:

$$f_{\text{darcy}} = 4f_{\text{fanning}}$$

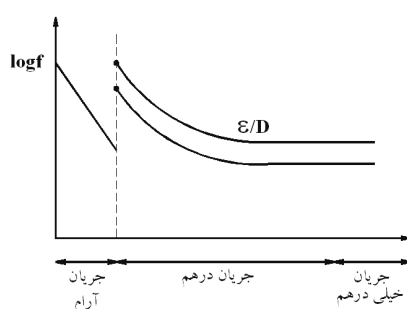
بنابراین اگر رابطه اتلاف انرژی را بر حسب f_{darcy} بنویسیم خواهیم داشت:

$$h_f = f_{\text{darcy}} \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g_c}$$

رابطه اخیر به نام رابطه دارسی - وایسیاخ معروف است.

دیاگرام مودی:

در دیاگرام مودی $\log f$ بر حسب $\log Re$ رسم می‌شود. ضریب اصطکاک در این دیاگرام، ضریب اصطکاک دارسی می‌باشد. در شکل زیر دیاگرام مودی به شکل شماتیک رسم شده است.



ضریب اصطکاک در جریان آرام داخل لوله:

ضریب اصطکاک در جریان آرام از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$f_{\text{fanning}} = \frac{16}{Re} \quad , \quad f_{\text{darcy}} = \frac{64}{Re}$$

اگر از رابطه فوق لگاریتم بگیریم مطابق دیاگرام مودی در ناحیه آرام رسم $\log f$ بر حسب $\log Re$ خطی با شیب -1 می‌باشد:

$$f_{\text{darcy}} = \frac{64}{Re} \Rightarrow \log f = \log 64 - \log Re$$

توجه شود در ناحیه آرام، با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک کاهش پیدا می‌کند.

ضریب اصطکاک در جریان درهم داخل لوله:

ضریب اصطکاک در جریان درهم بر خلاف جریان آرام به زبری نسبی بستگی دارد. زبری یک لوله عبارت است از ارتفاع متوسط پستی و بلندی‌ها (یا به عبارت دیگر ناهمواری‌ها) دیواره لوله. زبری را با ϵ نمایش می‌دهیم. مفهوم ϵ در شکل زیر نمایش یافته است:



حاصل تقسیم زبری به قطر لوله یعنی $\frac{\epsilon}{D}$ را زبری نسبی می‌نامیم. همان‌طور که از ناحیه جریان درهم در دیاگرام مودی معین است هر نمودار برای یک $\frac{\epsilon}{D}$ معین رسم شده است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

بنابراین ضریب اصطکاک در جریان درهم به عدد Re و زبری نسبی بستگی دارد.

همان‌طور که از شکل معین است در رینولدزهای خیلی بالا (ناحیه جریان درهم) با افزایش عدد Re از یک ناحیه به بعد نمودار به یک خط افقی تبدیل می‌گردد. به عبارت دیگر در جریان خیلی درهم ضریب اصطکاک دیگر تابع عدد Re نمی‌باشد و فقط به $\frac{\epsilon}{D}$ بستگی دارد. موارد مورد بحث را می‌توان به شکل زیر خلاصه نمود:

$$f = f(\text{Re}) \quad \text{جریان آرام}$$

$$f = f\left(\text{Re}, \frac{\epsilon}{D}\right) \quad \text{جریان درهم}$$

$$f = f\left(\frac{\epsilon}{D}\right) \quad \text{جریان خیلی درهم}$$

برای محاسبه ضریب اصطکاک در جریان درهم روابط تجربی زیادی ارائه شده است. مثلاً برای لوله صاف (منظور لوله‌ای که $\epsilon=0$ می‌باشد) در جریان درهم می‌توان ضریب اصطکاک را از رابطه بلازیوس محاسبه کرد:

$$f_{\text{fanning}} = \frac{0.0719}{\text{Re}^{0.5}}$$

توجه: نکته بسیار مهم که باید به آن توجه شود این است که در ناحیه جریان درهم با افزایش عدد Re، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد ولی میزان تلفات افزایش می‌یابد. زیرا همان‌طور که از رابطه دارسی - وایسباخ معین است تلفات انرژی (h_f) با توان دوم سرعت متناسب است بنابراین با افزایش عدد Re، کاهش f ، h_f افزایش می‌یابد و از آن‌جا که $h_f = \frac{-\Delta P}{\rho}$ می‌باشد بنابراین با افزایش h_f ، افت فشار (ΔP) نیز افزایش می‌یابد.

گفته شد که در جریان آرام $h_f \propto \frac{Q^1}{D^4}$ می‌باشد. می‌توان نشان داد که در جریان درهم $h_f \propto \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}}$ می‌باشد. بنابراین اگر قطر

لوله ثابت باشد $h_f \propto Q^{1.75}$ و در دبی ثابت $h_f \propto \frac{1}{D^{4.75}}$ است. همچنین می‌توان نشان داد که در جریان خیلی درهم $h_f \propto \frac{Q^2}{D^5}$ می‌باشد.

شعاع و قطر هیدرولیکی:

در جریان‌های مجاری غیرمدور مانند کانال‌ها، جریان بین دو صفحه موازی، جریان بین دو لوله متحدالمرکز و ... مفهوم شعاع هیدرولیکی تعریف می‌شود که عبارت است نسبت از مساحتی که از آن جریان عبور می‌کند به محیطی که خیس می‌شود. همچنین مفهوم قطر هیدرولیکی نیز در مجاری غیر مدور تعریف می‌شود. چهار برابر شعاع هیدرولیکی را قطر هیدرولیکی می‌نامیم.

$$\Gamma_H = \frac{\text{مساحتی که جریان عبور می‌کند}}{\text{محیطی که خیس می‌شود}} \quad \text{شعاع هیدرولیکی}$$

$$D_H = 4\Gamma_H \quad \text{قطر هیدرولیکی}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

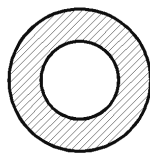
توصیه می‌شود در حل مسائل همواره قطر هیدرولیکی جایگزین شود چرا که ممکن است به اشتباه دو برابر شعاع هیدرولیکی به‌عنوان قطر هیدرولیکی در نظر گرفته شود. بنابراین در محاسبه عدد Re برای مجاری غیرمدور داریم:

$$Re = \frac{\rho u D_H}{\mu}$$

$$\tau_w = -\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{D_H}{4} \quad \tau_w = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{D}{4} \quad \text{قطر هیدرولیکی را جایگزین می‌کنیم یعنی:}$$

نکته دیگری که باید به آن توجه شود این است که شعاع هیدرولیکی مکانیک سیالات با شعاع هیدرولیکی انتقال حرارت تفاوت دارد که این تفاوت در مثال زیر نشان داده شده است.

مثال: مطابق شکل دو لوله متحدالمرکز را در نظر بگیرید که سیالی بین دو لوله جریان دارد قطر هیدرولیکی حرارتی و قطر هیدرولیکی سیالاتی را محاسبه نمایید.



دو لوله متحدالمرکز

قسمت هاشورخورده بیانگر مجرائی است که سیال جریان دارد.

در این مسئله باید بحث قطر هیدرولیکی حرارتی را به شکل مجزا از بحث قطر هیدرولیکی سیالاتی محاسبه کرد. در بحث مکانیک سیالات برای محاسبه محیط خیس شونده، دو محیط خیس می‌شوند یکی دیواره خارجی لوله کوچکتر و دیگری دیواره داخلی لوله بزرگتر:

$$\text{محیط خیس شونده در بحث مکانیک سیالات} = \pi D_1 + \pi D_2 = \pi (D_1 + D_2)$$

مساحتی که جریان عبور می‌کند عبارت است از مساحت لوله بزرگتر منهای مساحت لوله کوچکتر:

$$\text{مساحتی که جریان عبور می‌کند} = \frac{\pi D_2^2}{4} - \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2)$$

بنابراین:

$$D_H = 4 \frac{\frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2)}{\pi (D_2 + D_1)} = D_2 - D_1$$

اما در محاسبه قطر هیدرولیکی حرارتی باید این نکته را در نظر گرفت که حرارت بین سیال جاری بین دو لوله و سیال جاری در لوله کوچکتر از طریق دیواره لوله کوچکتر انجام می‌گیرد بنابراین محیط خیس شونده در انتقال حرارت دیواره لوله کوچکتر می‌باشد ولی مساحتی که جریان عبور می‌کند مانند حالات سیالاتی می‌باشد.

$$\text{محیط خیس شونده در بحث انتقال حرارت} = \pi D_1$$

بنابراین :

$$D_H = 4 \frac{\frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2)}{\pi D_1} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1}$$

یادداشت:

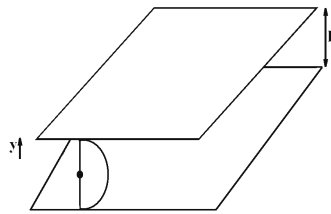
.....

.....

.....

.....

جریان بین دو صفحه موازی:



مطابق شکل جریان سیال بین دو صفحه موازی که فاصله از هم برابر h است را در نظر می‌گیریم. پروفایل سرعت در جریان آرام در شکل نمایش یافته که مطابق جریان سیال در لوله در جریان آرام سهمی شکل می‌باشد. رابطه بین افت فشار و تنش در سیستم کارترین عبارت است از:

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$$

لازم به ذکر است که رابطه بین افت فشار و تنش در سیستم استوانه‌ای به شکل زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{2\tau}{r} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

پروفایل سرعت در جریان آرام بین دو صفحه موازی عبارت است از:

$$U = U_{\max} \left[1 - \left(\frac{y}{h/2} \right)^2 \right]$$

که در رابطه فوق U_{\max} از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$U_{\max} = -\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{h^2}{8\mu}$$

رابطه بین سرعت متوسط و سرعت ماکزیمم در جریان آرام بین دو صفحه عبارت است از:

$$\bar{U} = \frac{2}{3} U_{\max}$$

در محاسبه ضریب اصطکاک در جریان آرام بین دو صفحه موازی اگر عدد Re را به شکل $Re = \frac{\rho \bar{U} h}{\mu}$ محاسبه کنیم یعنی از فاصله بین

دو زیر قابل محاسبه می‌باشد: صفحه در محاسبه عدد Re استفاده کنیم در این صورت ضریب اصطکاک از روابط

$$Re = \frac{\rho \bar{U} h}{\mu} \rightarrow \begin{cases} f_{\text{fanning}} = \frac{12}{Re} \\ f_{\text{darcy}} = \frac{48}{Re} \end{cases}$$

اما اگر در محاسبه عدد Re از مفهوم قطر هیدرولیکی استفاده کنیم ($D_H = 2h$) آن‌گاه داریم:

$$Re = \frac{\rho \bar{U} D_H}{\mu} \Rightarrow \begin{cases} f_{\text{fanning}} = \frac{24}{Re} \\ f_{\text{darcy}} = \frac{96}{Re} \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

لازم به ذکر است که تمامی موارد گفته شده در جریان درون لوله، در جریان بین دو صفحه موازی نیز صادق است مثلاً در جریان آرام در هر دو حالت تلفات با سرعت به توان یک متناسب است و ...

اتلاف انرژی در اتصالات:

برای محاسبه اتلاف انرژی در اتصالات دو روش الف) استفاده از ضریب اتلاف، ب) استفاده از طول معادل وجود دارد. در مورد یک لوله گفته شد که افت انرژی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

در مورد اتصالات (زانویی، انقباض و انبساط و شیرها و ...) به جای $4f \frac{L}{D}$ در رابطه فوق ضریب اتلاف K را قرار می‌دهیم بنابراین:

$$h_f = K \frac{V^2}{2g}$$

در زیر رابطه h_f برای اتصالات در سیستم‌ها و با واحدهای مختلف بیان شده است:

در سیستم SI:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_f = K \frac{V^2}{2} \text{ واحد } \frac{J}{kg} \text{ (انرژی بر واحد جرم سیال)} \\ h_f = K \frac{V^2}{2g} \text{ واحد } m \text{ (ارتفاع سیال)} \end{array} \right.$$

در سیستم انگلیسی:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_f = K \frac{V^2}{2g_c} \text{ واحد } \frac{ft \cdot lb_f}{lb_m} \text{ (انرژی بر واحد جرم سیال)} \\ h_f = K \frac{V^2}{2g} \text{ واحد } ft \text{ (ارتفاع سیال)} \end{array} \right.$$

بنابراین، در سیستم انگلیسی در هر دو واحد عدد 32.2 در مخرج لازم است. همان‌طور که از روابط معین است ضریب K بی‌بعد می‌باشد. در ادامه به بررسی ضریب اتلاف برای انبساط و انقباض ناگهانی می‌پردازیم.

یادداشت:

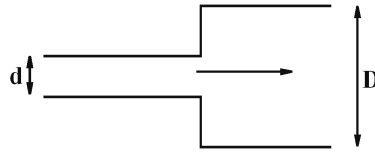
.....

.....

.....

.....

انبساط ناگهانی:

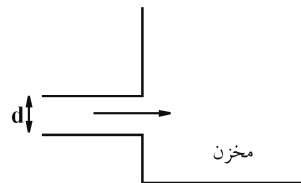


انبساط ناگهانی

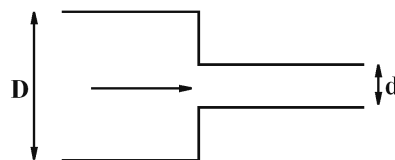
منظور از انبساط ناگهانی حالتی است که قطر لوله بطور ناگهانی افزایش می‌یابد. اگر قطر قسمت کوچکتر را d و سطح مقطع قسمت کوچکتر را a ، قطر قسمت بزرگتر را D و سطح مقطع قسمت بزرگتر را A بنامیم ضریب K از روابط زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$K = \left[1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2\right] \quad \text{و} \quad K = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2$$

مطابق شکل زیر اگر لوله ورودی به یک مخزن را در نظر بگیریم آن‌گاه نسبت $\frac{d}{D} \rightarrow 0$ بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین رابطه در این حالت $K = 1$ می‌باشد.



انقباض ناگهانی:



انقباض ناگهانی

منظور از انقباض ناگهانی حالتی است که به طور ناگهانی قطر لوله کاهش می‌یابد. اگر قطر قسمت بزرگتر را D ، سطح مقطع قسمت بزرگتر را A ، قطر قسمت کوچکتر را d و سطح مقطع قسمت کوچکتر را a بنامیم K از روابط زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$K = 0.5 \left[1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2\right] \quad \text{و} \quad K = 0.5 \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2$$

یادداشت:

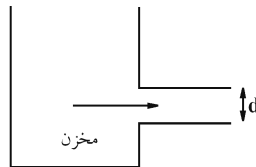
.....

.....

.....

.....

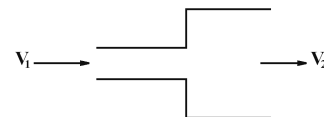
مطابق شکل اگر لوله خروجی از یک مخزن را در نظر بگیریم آن گاه نسبت $\frac{d}{D}$ بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین $0 \rightarrow \frac{d}{D}$ و طبق رابطه در این حالت $K = 0.5$ می‌باشد.



تذکر بسیار مهم: در رابطه $h_f = K \frac{V^2}{2g}$ همواره چه در انبساط و چه در انقباض، سرعت (V) در سطح مقطع کوچکتر را در رابطه قرار می‌دهیم.

نکته: در حالت انبساط ناگهانی اگر سرعت در سطح مقطع کوچکتر V_1 و در سطح مقطع بزرگتر V_2 باشد می‌توان تلفات را از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$h_f = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$



طول معادل:

می‌توان افت انرژی در اتصالات را با استفاده از طول معادل بیان نمود. به عبارت دیگر بیان می‌کنیم انرژی تلف شده در یک اتصال معادل انرژی تلف شده در چند متر از لوله می‌باشد. برای محاسبه طول معادل می‌بایست رابطه h_f برای لوله و برای اتصال را با هم مساوی قرار می‌دهیم. طول معادل را با L_{eq} نمایش می‌دهیم.

$$\left. \begin{aligned} h_f &= 4f \frac{L_{eq}}{D} \frac{V^2}{2g} \\ h_f &= K \frac{V^2}{2g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow L_{eq} = \frac{KD}{4f_{fanning}} = \frac{KD}{f_{darcy}}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل پنجم

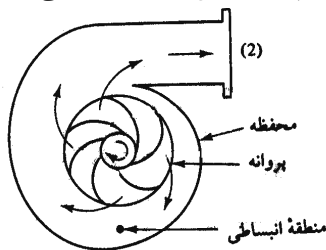
پمپ و پمپاژ

تقسیم‌بندی پمپ‌ها:

پمپ‌ها تجهیزاتی هستند که به مایعات انرژی می‌دهند تا موجب انتقال و جریان یافتن مایعات شوند. پمپ‌ها را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد: پمپ‌های سانتریفوژ (پمپ‌های دوار) و پمپ‌های جابجایی مثبت (پمپ‌های رفت و برگشتی)، از آن‌جا که پمپ‌های سانتریفوژ در آزمون‌های ورودی کارشناسی ارشد بیشتر از پمپ‌های جابجایی مثبت مطرح هستند بررسی خود را به این پمپ‌ها معطوف می‌کنیم.

پمپ‌های گریز از مرکز (سانتریفوژ)

شامل پروانه دواری هستند که در داخل یک محفظه جای گرفته است، سیال از طریق چشم بدنه به صورت محوری وارد پمپ شده، از لابلای پره‌ها لغزیده، به طریق مماسی و شعاعی به سمت پیرامون پروانه می‌چرخد، تمام قسمت‌های محیطی پروانه را پشت سر گذاشته و به داخل قسمت واگرای محفظه پمپ رانده می‌شود. سیال با عبور از پروانه، فشار و سرعت پیدا می‌کند. شکل حلزونی محفظه باعث کاهش سرعت جریان و در نتیجه افزایش فشار می‌گردد. این پمپ‌ها افزایش فشار یکنواختی را در طیف گسترده‌ای از دبی به وجود می‌آورند.



شکل یک پمپ گریز از مرکز

یادداشت:

.....

.....

.....

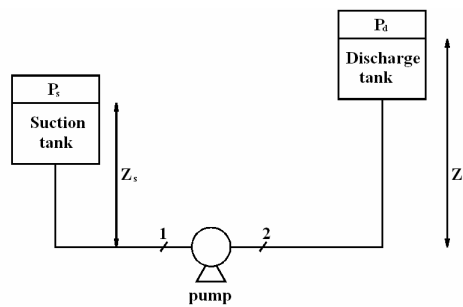
.....

مشخصات پمپ‌های سانتریفوژ:

- ۱) برای سیالات با ویسکوزیته کم کاربرد دارند.
- ۲) برای دبی‌های بالا و فشارهای پایین از این نوع پمپ استفاده می‌گردد.
- ۳) برای پمپاژ سیالات شبه پلاستیک از پمپ‌های سانتریفوژ با دورهای بالا استفاده می‌کنیم تا ویسکوزیته سیال کم شود.
- ۴) برای پمپاژ سیالات دارای ذرات معلق از پمپ سانتریفوژ استفاده می‌کنیم.
- ۵) این پمپ‌ها فقط در محدوده کوچکی از دبی، راندمان بالا دارند.
- ۶) این پمپ‌ها نسبتاً ارزان هستند، فضای کمی را اشغال می‌کنند و هزینه راه‌اندازی و نصب کمی دارند.

روابط حاکم بر پمپ‌ها و سیستم‌های انتقال مایع:

سیستم نمایش یافته در شکل زیر را در نظر می‌گیریم:



هدف پمپاژ سیال از مخزن مکش تا مخزن تخلیه می‌باشد.

اختلاف ارتفاع مایع در مخزن مکش تا پمپ را با Z_s و اختلاف ارتفاع مخزن تخلیه تا پمپ را با Z_d نمایش می‌دهیم. در شکل نقطه 1 در ورودی پمپ و نقطه 2 در خروجی از پمپ معین شده‌اند. مطابق شکل فشار در دو نقطه 1 و 2 برابر است با:

$$P_1 = P_s + \rho g Z_s - h_{fs} \quad , \quad P_2 = P_d + \rho g Z_d + h_{fd}$$

در روابط فوق P_s فشار روی مخزن مکش و P_d فشار روی مخزن تخلیه می‌باشد. h_{fs} بیانگر میزان اتلاف انرژی از مخزن

مکش تا پمپ و h_{fd} بیانگر میزان اتلاف انرژی از پمپ تا مخزن تخلیه می‌باشد.

اگر بخواهیم روابط فوق را با واحد ارتفاع سیال بیان کنیم خواهیم داشت:

$$H_1 = \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_s}{\rho g} + Z_s - h_{fs} \quad , \quad H_2 = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{P_d}{\rho g} + Z_d + h_{fd}$$

که البته در این روابط h_f باید با واحد ارتفاع سیال بیان شود. H_1 را ارتفاع (هد) مایع در قسمت مکش و H_2 را ارتفاع (هد) بخش تخلیه می‌نامیم.

هد کل سیستم (ارتفاع کل سیستم) مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$H_{\text{سیستم}} = H_2 - H_1$$

$$H_{\text{سیستم}} = \frac{P_d - P_s}{\rho g} + (Z_d - Z_s) + (h_{fd} + h_{fs})$$

یادداشت:

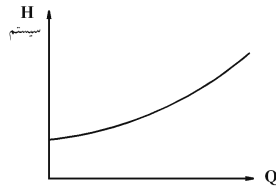
.....

.....

.....

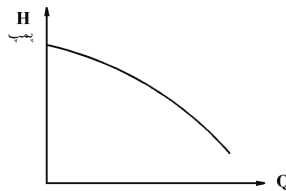
.....

در رابطه فوق P_d, P_s, Z_d, Z_s و h_f مقادیر ثابتی هستند با Q^2 متناسب است بنابراین رابطه (سیستم H) را می‌توان به شکل زیر نوشت:
 $H = A + BQ^2$
 که A و B اعداد ثابتی هستند بنابراین رسم (سیستم H) بر حسب دبی (Q) مطابق نمودار زیر خواهد بود که آن را منحنی هد سیستم می‌نامیم.



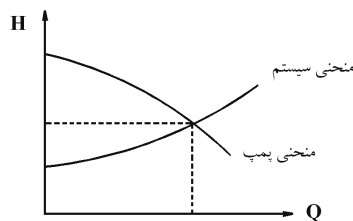
منحنی هد سیستم

اگر پمپ سانتریفوژ را به تنهایی در نظر بگیریم می‌توان منحنی هد پمپ بر حسب دبی را به صورت زیر نشان داد:



منحنی هد پمپ

در پمپ‌های سانتریفوژ با افزایش دبی، هد پمپ کاهش می‌یابد. بنابراین نمودار هد پمپ بر اساس دبی نزولی خواهد بود. اگر دو نمودار منحنی هد سیستم و منحنی هد پمپ را روی یک منحنی رسم کنیم نقطه برخورد دو منحنی، نقطه عملکرد پمپ را نشان می‌دهد. بدین معنی که کاربرد این پمپ در این سیستم چه مقدار دبی با چه هد را نتیجه می‌دهد.



اگر راندمان پمپ را با η نمایش دهیم و توان پمپ را با P خواهیم داشت:

$$\eta = \frac{\text{توانی که پمپ به سیال می دهد}}{\text{توانی که پمپ مصرف می کند}}$$

$$P = \Delta P \cdot Q = \rho g H Q$$

$$P = \frac{\rho g H Q}{\eta}$$

مطابق رابطه با کاهش راندمان پمپ، توان مصرفی پمپ افزایش می‌یابد.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

اگر برای سیستم نمایش یافته در شکل ابتدای فصل رابطه برنولی را بین سطح سیال در مخزن مکش و مخزن تخلیه در سیستم SI و با واحد ارتفاع سیال بنویسیم خواهیم داشت:

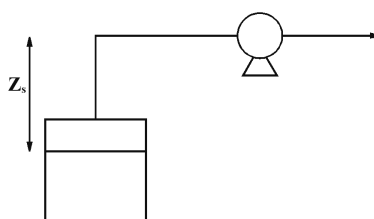
$$\frac{P_s}{\rho g} + Z_s + h_p = \frac{P_d}{\rho g} + Z_d + h_f$$

که در این جا h_f مجموع کل تلفات بین مخزن مکش و تخلیه است که برابر است با:

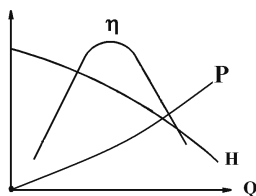
$$h_f = h_{fs} + h_{fd}$$

البته سطح سیال در مخزن مکش در حال پایین رفتن و سطح سیال در مخزن تخلیه در حال بالا رفتن است که بدلیل کم بودن سرعت، از سرعت از آن‌ها صرف نظر شده است.

تذکر بسیار مهم: اگر در مسئله‌ای مخزن مکش پایین‌تر از پمپ قرار گرفته باشد در کلیه روابط ذکر شده، Z_s را با علامت منفی قرار می‌دهیم.



می‌توان راندمان پمپ η ، توان مصرفی پمپ P را نیز بر حسب دبی رسم کرد. در نمودار زیر توان مصرفی، راندمان و هد پمپ بر اساس دبی رسم شده‌اند.



سری و موازی بستن پمپ‌های سانتریفوژ:

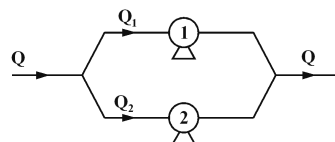
برای افزایش دبی می‌توان چند پمپ سانتریفوژ را به صورت موازی بست. همچنین برای افزایش هد می‌توان چند پمپ سانتریفوژ را به شکل سری بست که به بررسی این دو حالت می‌پردازیم.

موازی بستن پمپ‌های سانتریفوژ:

اگر دو یا چند پمپ سانتریفوژ را به صورت موازی ببندیم تمامی پمپ‌ها دارای هد یکسان خواهند بود ولی دبی پمپ‌ها متفاوت می‌باشد. دبی کل در این حالت مجموع دبی تک تک پمپ‌ها خواهد بود. بنابراین:

$$H = H_1 = H_2$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$



یادداشت:

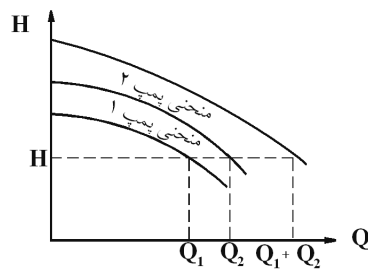
.....

.....

.....

.....

مطابق شکل برای تعیین منحنی مشخصه کل سیستم می‌توان از روی منحنی مشخصه پمپ‌ها در یک هد مشخص دبی پمپ‌ها را با هم جمع کرده و نقاط موردنظر را به‌دست آورد.

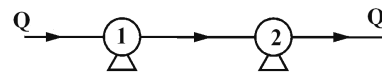


سری بستن پمپ‌های سانتریفوژ:

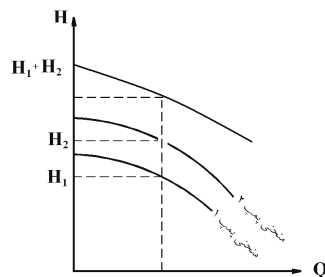
اگر دو یا چند پمپ سانتریفوژ را به‌صورت سری به هم ببندیم تمامی پمپ‌ها دارای دبی یکسان خواهند بود ولی هد کلی مجموع هد تک تک پمپ‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$Q = Q_1 = Q_2$$

$$H = H_1 + H_2$$



برای تعیین هد کلی سیستم می‌توان در یک دبی ثابت مجموع هد پمپ‌ها را حساب کرده و یک نقطه از منحنی مشخصه کلی را به‌دست آورد. طبیعی است با پیدا کردن نقاط بیشتر منحنی مشخصه کل سیستم قابل ترسیم است.



کاویتاسیون:

یکی از مشکلاتی که در پمپ‌های سانتریفوژ اتفاق می‌افتد کاویتاسیون است. اگر به هر دلیلی فشار در داخل پمپ از فشار بخار سیال کمتر شود قسمتی از مایع بخار شده و به شکل حباب در می‌آید. به این پدیده کاویتاسیون می‌گویند که مشکلات زیر را به وجود می‌آورد:

(۱) مرکز جرم پمپ تغییر می‌کند و پمپ شروع به لرزش می‌نماید.

(۲) با رخ دادن کاویتاسیون، هم دبی و هم هد پمپ به شدت کاهش می‌یابند.

یادداشت:

.....

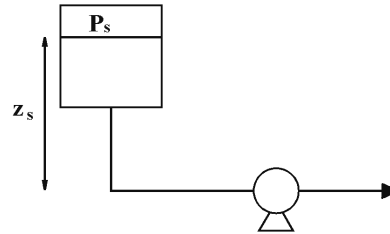
.....

.....

.....

(Net Positive Suction Head) NPSH

عبارت است از هد خالص مثبت در قسمت مکش که باید وجود داشته باشد تا پدیده کاویتاسیون رخ ندهد. با توجه به شکل NPSH را به دست می آوریم:



$$NPSH = \left(\frac{P_s - P_{vp}}{\rho g} \right) + Z_s - h_f$$

که در این رابطه P_{vp} فشار بخار سیال در شرایط مسئله بوده و h_{fs} کل تلفات بخش مکش می باشد.

تذکر: اگر مخزن مکش پایین تر از پمپ قرار داشته باشد Z_s را با علامت منفی قرار می دهیم.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

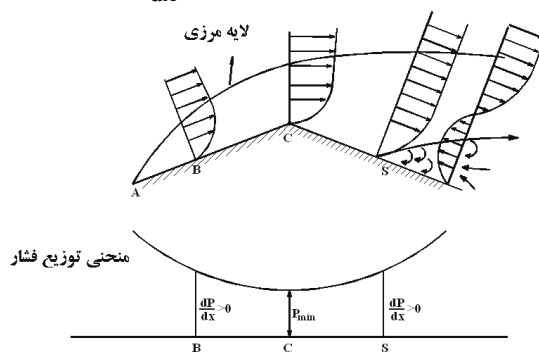
فصل ششم

جریان‌های خارجی

لایه مرزی در جریان خارجی و جدایش لایه مرزی:

وقتی یک جسم جامد در معرض حرکت سیالی قرار گیرد لایه نازکی به نام لایه مرزی در روی سطح جسم جامد تشکیل می‌شود. در لایه مرزی سرعت سیال از صفر (در سطح جسم جامد) تا سرعت جریان آزاد در خارج از لایه مرزی به طور پیوسته افزایش می‌یابد. لایه سیال مجاور جسم جامد در مقابل اصطکاک کار انجام می‌دهد. با انجام این کار سرعت سیال رو به کاهش می‌گذارد. در یک نقطه مشخص انرژی جنبشی (و در نتیجه سرعت) سیال به حدی کم می‌شود که دیگر قادر به غلبه بر نیروی مقاوم اعمال شده از سطح جسم جامد نمی‌باشد. در این شرایط لایه مرزی از سطح جسم جامد جدا می‌شود که به این پدیده « جدایش لایه مرزی » می‌نامیم و نقطه‌ای که در آن لایه مرزی از سطح جسم جامد جدا می‌شود نقطه جدایش نام دارد.

تاثیر گرادیان فشار $\left(\frac{dP}{dx}\right)$ روی جدایش لایه مرزی با در نظر گرفتن جریان بر روی سطح انحنا دار ABCSD در شکل قابل بررسی است. در ناحیه انحنا دار ABC، سرعت سیال افزایش می‌یابد. این بدین معنی است که سیال در این ناحیه شتاب می‌گیرد. با توجه به افزایش سرعت سیال، فشار در راستای حرکت سیال کاهش یافته و بنابراین گرادیان فشار $\frac{dP}{dx}$ در این ناحیه منفی است.



تاثیر گرادیان فشار روی جدایش لایه مرزی

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

در نقطه C فشار حداقل می‌باشد. در ناحیه انحنا دار CSD سرعت سیال در راستای حرکت کاهش می‌یابد. به دلیل کاهش سرعت، فشار در راستای حرکت افزایش می‌یابد و بنابراین گرادیان فشار $\frac{dp}{dx}$ مثبت می‌باشد. بنابراین در ناحیه CSD، سرعت سیال در راستای حرکت کاهش یافته و فشار سیال در این ناحیه رو به افزایش می‌باشد. با کاهش سرعت سیال، انرژی جنبشی نیز کاهش یافته و مومنوم نیز کاهش می‌یابد. لذا مومنوم سیال دیگر قادر به غلبه بر مقاومت سطحی و لایه مرزی نبوده و جدایش از نقطه S آغاز می‌شود. در پایین دست جریان بعد از نقطه S جریان سیال معکوس شده و گرادیان سرعت منفی می‌شود.

مکان نقطه جدایش:

نقطه جدائی S با اعمال شرط زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$

برای یک پروفایل سرعت داده شده می‌توان گفت:

(a) اگر $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} < 0$ باشد، بدین معنی است که جریان سیال جدا شده است.

(b) اگر $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$ باشد، بدین معنی است که جریان سیال در آستانه جدایش است.

(c) اگر $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} > 0$ باشد، بدین معنی است که جریان سیال جدا نخواهد شد.

نیروی درگ (Drag):

اگر جسمی در داخل سیالی حرکت کند و یا سیال از روی جسم حرکت کند، از طرف سیال نیرویی در راستای حرکت به جسم وارد می‌شود که نیروی درگ نام دارد. به عبارت دیگر نیروی درگ به نوعی نیروی مقاوم در برابر حرکت است.

نیروی درگ خود از دو قسمت تشکیل می‌گردد نیروی درگ ناشی از شکل هندسی جسم و نیروی درگ ناشی از اصطکاک پوسته‌ای. درگ ناشی از شکل هندسی، در حقیقت ناشی از اختلاف فشاری است که به دلیل شکل هندسی در دو طرف جسم بوجود می‌آید. نیروی درگ ناشی از اصطکاک پوسته‌ای در حقیقت همان نیروی ناشی از اصطکاک بین سیال و جسم است.

برای یک حالت خاص یعنی حالتی که یک کره در جریان خزشی سیال قرار داشته باشد (جریان خزشی حالتی است که هیچ گونه جدایی رخ ندهد و برای این منظور در مورد کره عدد Re باید کمتر از یک باشد) از روابط زیر می‌توان نیروی درگ را محاسبه کرد:

$$2\pi R\mu U = \text{نیروی درگ ناشی از شکل هندسی}$$

$$4\pi R\mu U = \text{نیروی درگ ناشی از اصطکاک پوسته‌ای}$$

$$F_D = 2\pi R\mu U + 4\pi R\mu U = 6\pi R\mu U$$

بنابراین نیروی درگ کل برابر است با:

ضریب درگ:

در جریان‌های داخلی ضریب اصطکاک تعریف شده و در جریان خارجی ضریب درگ مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

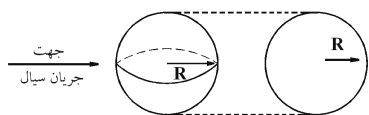
$$f = \frac{\tau_w}{\rho \bar{V}^2} \quad \text{و} \quad C_D = \frac{F_D}{\rho \bar{V}^2} \quad \text{ضریب دراگ}$$

$$F_D = C_D A \rho \frac{\bar{V}^2}{2}$$

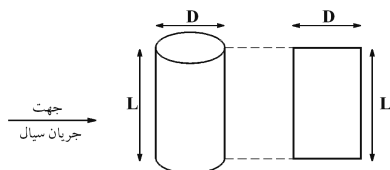
یادداشت:

.....

\bar{V} عبارت است از سرعت نسبی بین سیال و جسم، A_p عبارت است از مساحت تصویر جسم روی صفحه عمود بر جهت جریان سیال. بنابراین A_p برای یک کره به شعاع R ، برابر مساحت دایره‌ای به همان شعاع می‌باشد و A_p برای یک استوانه به ارتفاع L و قطر D ، برابر مساحت یک مستطیل به اضلاع D و L می‌باشد و A_p برای یک صفحه عمود بر جهت جریان برابر مساحت همان صفحه می‌باشد که این بحث‌ها در شکل زیر نمایش یافته است:



$$A_p = \pi R^2$$



$$A_p = L \cdot D$$

برای محاسبه F_D باید ضریب C_D را محاسبه کرد. برای حالت خاص جریان خزشی برای یک کره می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

در جریان خزشی $\log C_D$ بر حسب $\log Re$ خطی با شیب -1 است:

$$C_D = \frac{24}{Re} \Rightarrow \log C_D = \log 24 - \log Re$$

توجه ۱: جدایش باعث افزایش نیروی دراگ می‌شود.

توجه ۲: بعد از ناحیه خزشی با افزایش عدد Re ، C_D کاهش می‌یابد اما باید توجه کرد که F_D با افزایش عدد Re افزایش می‌یابد چرا که F_D با توان دوم سرعت متناسب است بنابراین با افزایش سرعت، عدد Re افزایش، C_D کاهش ولی F_D افزایش می‌یابد.

کاربرد نیروی درگ: محاسبه ویسکوزیته سیال مجهول

جسمی را که در داخل سیالی سقوط می‌کند در نظر می‌گیریم. پس از مدتی جسم به یک سرعت ثابت می‌رسد که این سرعت را سرعت حد می‌نامند. در این حالت برآیند تمامی نیروها صفر است. نیروهایی که به جسم وارد می‌شود عبارتند از نیروی وزن، نیروی دراگ و نیروی بویانسی. نیروی وزن عامل حرکت جسم می‌باشد و نیروهای بویانسی و درگ با حرکت جسم مخالفت می‌کنند بنابراین:

$$\sum F = W - F_D - F_B = 0$$

اگر جسم کره‌ای به شعاع R ، به قطر D و به چگالی ρ_s در سیالی با ویسکوزیته μ ، چگالی ρ ، با سرعت حد u_0 در جریان خزشی در حال حرکت باشد آن‌گاه:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_s g - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g - 6 \pi \mu R u_0 = 0$$

$$\mu = \frac{D^2 (\gamma_s - \gamma)}{18 u_0} \leftrightarrow u_0 = \frac{D^2 (\gamma_s - \gamma)}{18 \mu}$$

همچنین نتیجه می‌شود در این حالت سرعت حد با توان دوم قطر ذره یعنی D نسبت مستقیم دارد:

$$u_0 = \sqrt{\frac{8 R g (\rho_s - \rho)}{3 C_D \rho}} = \sqrt{\frac{8 R (\gamma_s - \gamma)}{3 C_D \rho}} = \sqrt{\frac{4 D (\gamma_s - \gamma)}{3 C_D \rho}}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل هفتم

آنالیز ابعادی و اعداد بی بعد

یکی از ابزارهای اساسی مکانیک سیالات مدرن استفاده از روش آنالیز ابعادی است. در مواردی که نمی توان از طریق ریاضی خصوصیات جریان یک سیال را بررسی نمود، استفاده از روش های تحلیلی تئوری و آزمایشات تجربی روشی مناسب است و استفاده از روش آنالیز ابعادی و گروه های بی بعد جهت کاهش تعداد متغیرها برای یک آزمایش، طراحی مدل جهت انجام آزمایشات بر روی آن و ارائه معادلات لازم و تبدیل یک سیستم واحد به سیستم دیگر مفید است.

به طور کلی آنالیز ابعادی تعداد متغیرهای یک مسئله را کاهش می دهد. این کار در طرح مدل روش های آزمایش بر روی آن به ما کمک می کند. با استفاده از مدل های کوچک و ارزان (Model) می توان عملکرد نمونه اصلی را (Prototype) پیش بینی نمود. آنالیز ابعادی با دو روش قابل انجام است:

(۱) روش Rayleigh

(۲) روش Buckingham π

روش Rayleigh :

این روش را با یک مثال توضیح می دهیم.

مثال: سرعت خروج سیال از مخزن زیر زمینی با صرف نظر کردن از کشش سطحی و نیروهای ویسکوزیته با رابطه $V = K \Delta P^a \rho^b$ محاسبه می شود که ΔP افت فشار و ρ دانسیته سیال می باشد. کدام یک از گزینه ها سرعت خروج سیال از مخزن را نشان می دهد؟

(۴) $K \Delta P \cdot \rho$

(۳) $K \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$

(۲) $K \sqrt{\Delta P \cdot \rho}$

(۱) $K \frac{\Delta P}{\rho}$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

حل : در روش Rayleigh ابتدا بعد هر یک از کمیت‌های موجود در معادله را به دست می‌آوریم، یادآوری می‌شود که منظور از بعد یک کمیت ارتباط آن کمیت با کمیت‌های اصلی در آن سیستم اندازه‌گیری مورد نظر می‌باشد، در مورد این مثال در سیستم SI داریم:

$$[V] = LT^{-1}$$

$$[\Delta P] = ML^{-1} T^{-2}$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

که در روابط فوق علامت کروشه بیانگر بعد کمیت و M جرم، T زمان و L بیانگر طول می‌باشد. از آن جا که دوطرف یک رابطه باید بعد مساوی داشته باشند به جای هر کمیت بعد آن را قرار می‌دهیم:

$$V = K \Delta P^a \rho^b$$

$$LT^{-1} = (ML^{-1} T^{-2})^a (ML^{-3})^b$$

با مرتب کردن رابطه داریم:

$$LT^{-1} = M^{a+b} L^{-a-3b} T^{-2a}$$

که توان M, L, T در دو طرف رابطه باید برابر باشد:

$$-a - 3b = 1$$

$$-2a = -1$$

$$a + b = 0$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = -\frac{1}{2}$$

از دستگاه فوق دو مجهول a, b به دست می‌آید:

$$V = K \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

بنابراین:

(۲) روش Buckingham - π :

در یک پدیده فیزیکی در صورتی که تعداد کمیت‌ها برابر n و تعداد ابعاد برابر m باشد تعداد گروه‌های بی‌بعدی که می‌توان به صورت عامل مستقل بدون بعد نوشت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(\text{تعداد ابعاد اصلی سیستم } m) - (\text{تعداد کمیت } n) = \text{تعداد گروه‌های بی‌بعد } P$$

تعداد ابعاد اصلی بستگی به سیستم اندازه‌گیری دارد. در سیستم MLT تعداد ابعاد اصلی برابر 3 می‌باشد (T, L, M) و در سیستم $FMLT$ تعداد ابعاد اصلی برابر 4 می‌باشد.

مثال: اگر دبی درون یک لوله موئین به قطر لوله، ویسکوزیته و افت فشار در واحد طول لوله بستگی داشته باشد تعداد گروه‌های بی‌بعد را به دست آورید.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

پارامترها عبارتند از: Q ، $\frac{\Delta P}{L}$ ، D و μ بنابراین $n = 4$ می‌باشد. برای تعیین تعداد ابعاد اصلی بعد هر یک از پارامترها را می‌نویسیم:

$$[Q] = L^3 T^{-1}$$

$$\left[\frac{\Delta P}{L} \right] = ML^{-2} T^{-2}$$

$$[D] = L$$

$$[\mu] = ML^{-1} T^{-1}$$

همان‌طور که معین است بعد تمامی کمیت‌ها از سه کمیت M ، L و T تشکیل شده است بنابراین تعداد کمیت‌های اصلی برابر سه می‌باشد. مثلاً اگر بعد تمامی کمیت‌ها از فقط L ، T تشکیل می‌شد و در آن صورت تعداد کمیات اصلی برابر 2 می‌بود. بنابراین:

$$n = 4 - 3 = 1$$

اعداد بی‌بعد:

اعداد بی‌بعد که در درس مکانیک سیالات اهمیت دارند عبارتند از:

$$Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی برشی (ویسکوز)}} = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$Ma = \frac{\text{سرعت}}{\text{سرعت صوت}} = \frac{V}{C}$$

$$Fr = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{جاذبه}} = \frac{V^2}{Lg}$$

$$EU = \frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{نیروی اینرسی}} = \frac{-\Delta P}{\rho V^2}$$

$$We = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{کشش سطحی}} = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

با کاربرد عدد رینولدز آشنا هستیم. عدد ماخ در سیالات تراکم‌ناپذیر کاربرد دارد. عدد اولر در افت فشار دارای اهمیت است. عدد فرود در حرکت در سطح آزاد و عدد وبر در مورد کشش سطحی مانند صعود سیال از لوله موئین اهمیت دارد. همچنین یادآور می‌شود که:

$$\text{نیروی فشاری} = \Delta P \cdot A = \Delta P \cdot L^2$$

$$\text{نیروی اینرسی} = F_I \propto \rho V^2 L^2$$

$$\text{نیروی ویسکوز (برشی)} = \tau \cdot A = \mu \frac{du}{dy} A \propto \mu L V$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$mg \propto \rho L^3 g = \text{نیروی جاذبه}$$

$$\sigma \cdot L = \text{نیروی کشش سطحی}$$

تشابه، مطالعه مدل‌ها:

به خاطر مسائل اقتصادی، همچنین کمک به طراحی از اصل تشابه استفاده می‌شود. برای این منظور نمونه مشابهی به صورت مدل ساخته شده و روی آن مطالعات صورت گرفته و نتایج حاصله را در مورد نمونه اصلی به کار می‌برند.

برای این‌که مدل ساخته شده از هر نظر انعکاس دهنده نمونه اصلی باشد و بتوان نتایج به دست آمده را در مورد نمونه اصلی به کار برد، لازم است تشابه کاملی بین مدل و نمونه اصلی وجود داشته باشد. برای تأمین تشابه لازم است که بین مدل و نمونه اصلی تشابه هندسی، تشابه سینماتیکی و تشابه دینامیکی برقرار باشد.

(۱) تشابه هندسی: در این حالت نسبت‌های ابعاد متناظر در مدل و نمونه اصلی باید با هم برابر باشد.

$$\text{نسبت طول‌ها} = \frac{\text{طول مدل}}{\text{طول نمونه اصلی}} = \frac{L_m}{L_p} = L_r$$

$$\text{نسبت مساحت‌ها} = \frac{\text{مساحت مدل}}{\text{مساحت نمونه اصلی}} = \frac{L_m^2}{L_p^2} = L_r^2$$

$$\text{نسبت حجم‌ها} = \frac{\text{حجم مدل}}{\text{حجم نمونه اصلی}} = \frac{L_m^3}{L_p^3} = L_r^3$$

همچنین تمام زوایا و جهت‌های جریان در تشابه هندسی یکسانند و راستای مدل و نمونه اصلی باید نسبت به محیط اطراف همسان باشد.

(۲) تشابه سینماتیکی: اساس این تشابه داشتن نسبت طولی و زمانی یکسان است. یعنی در این حالت بین خطوط جریان مدل و نمونه اصلی تشابه هندسی برقرار است به عبارت دیگر نسبت بین سرعت‌ها در قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی یکسان بوده، همچنین

مسیرهای ذرات متحرک (خطوط جریان) در مدل و نمونه اصلی از لحاظ هندسی متشابه می‌باشند. $V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p}\right)} = \frac{L_r}{T_r}$ نسبت سرعت‌ها

$$\text{نسبت شتاب‌ها} = a_r = \frac{a_m}{a_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m^2}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p^2}\right)} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

$$\text{نسبت دبی‌ها} = Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\left(\frac{L_m^3}{T_m}\right)}{\left(\frac{L_p^3}{T_p}\right)} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$T_r = \frac{T_m}{T_p}$ شرط برقراری تشابه سینماتیکی است که می‌توان آن را مقیاس (نسبت) زمانی دانست.

(۳) تشابه دینامیکی: در این حالت بین نیروهای موثر بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی تشابه وجود داشته و یکسان می‌باشند. در صورت وجود تشابه‌های هندسی و سینماتیکی بین مدل و نمونه اصلی، این دو دارای تشابه دینامیکی نیز می‌باشند. برای تشابه دینامیکی لازم است نسبت‌های ثابتی بین نیروهای موثر بر سیال (نیروهای اینرسی، لزجت، ثقل، کشش سطحی، الاستیسیته و فشاری) بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی برقرار باشد. این نسبت‌ها همان اعداد بی‌بعد رینولدز، فرود، وبر، ماخ و اولر می‌باشند. بنابراین در صورت یکسان بودن این اعداد بدون بعد، در مدل و نمونه اصلی تشابه دینامیکی وجود دارد. در اغلب مسائل بیشتر این اعداد دارای اهمیت نبوده و فقط یک یا دو عدد بدون بعد دارای اهمیت می‌باشد و از بقیه صرف‌نظر می‌شود. به‌عنوان مثال:

- (۱) در جریان تراکم‌پذیر، عدد رینولدز، ماخ و نسبت گرمای ویژه مدل و نمونه اصلی یکسان باشند.
- (۲) برای جریان تراکم‌ناپذیر بدون سطح آزاد، اعداد رینولدز مدل و نمونه اصلی باید مساوی باشند.
- (۳) برای جریان تراکم‌ناپذیر با سطح آزاد، اعداد فرود، رینولدز (در صورت لزوم) و وبر مدل و نمونه اصلی مساوی باشند.

یادداشت:

.....

.....

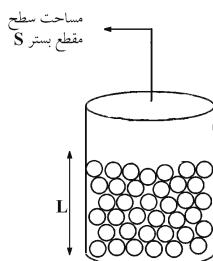
.....

.....

فصل هشتم

بسترهای پر شده

یک بستر که از پرکن پر شده است را در نظر می‌گیریم:



قسمتی از فضای بستر را پرکن‌ها اشغال کرده و قسمت‌هایی بین پرکن‌ها فضای خالی وجود دارد. برای نشان دادن حجم فضای خالی بین پرکن‌ها از ضریب تخلخل (ε) استفاده می‌کنیم که به شکل زیر آن را تعریف می‌کنیم:

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم فضای خالی}}{\text{کل حجم بستر}}$$

اگر جریان سیالی وارد بستر شود و دبی جریان سیال برابر Q باشد سرعت سیال را در بیرون بستر، سرعت ظاهری می‌نامیم که می‌توان به شکل زیر محاسبه کرد:

$$V = \frac{Q}{S}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

بدیهی است که این سرعت، سرعت واقعی نیست چرا که سیال از تمامی سطح مقطع S عبور نمی‌کند بلکه فقط از فضاهای خالی بین پرکن‌ها عبور می‌نماید. سرعت واقعی که آن را سرعت موثر نیز می‌نامیم از تقسیم کردن سرعت ظاهری به ضریب تخلخل به دست می‌آید. سرعت موثر را با V_{eff} نمایش می‌دهیم:

$$V_{eff} = \frac{V}{\varepsilon}$$

حجم فضای خالی بستر برابر است با:

$$\text{کل حجم} \times \varepsilon = \text{حجم فضای خالی}$$

$$\text{حجم فضای خالی} = \varepsilon \times SL$$

$$\begin{aligned} \text{حجم فضای خالی} - \text{کل حجم} &= \text{حجم فضایی که توسط پرکن‌ها اشغال شده} \\ &= SL - \varepsilon \times SL = SL(1 - \varepsilon) \end{aligned}$$

که S_p سطح پرکن و V_p حجم پرکن می‌باشد.

می‌توان نشان داد که افت فشار در جریان درهم با توان دوم سرعت و در جریان آرام با توان اول سرعت متناسب است. بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P \sim V^2 \\ \text{در جریان آرام} \quad \Delta P \sim V^1 \end{array} \right.$$

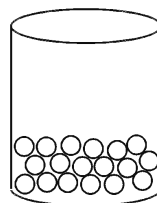
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{در جریان درهم} \quad \log \Delta P \sim 2 \log V \\ \text{در جریان آرام} \quad \log \Delta P \sim \log V \end{array} \right.$$

سطح ویژه در بسترهای پر شده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$a_p = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p} \text{ سطح ویژه}$$

بررسی سیالیت:

بستری را در نظر می‌گیریم که هنوز جریان سیالی وارد آن نشده است و در این حالت پرکن‌ها در کف بستر تجمع کرده‌اند.



حال جریانی از سیال از پایین وارد بستر می‌شود. در ابتدا نیرویی که سیال به پرکن‌ها وارد می‌کند نمی‌تواند بر نیروی وزن پرکن‌ها غلبه نماید بنابراین بسترها به همان حالت قبلی باقی می‌ماند. سرعت سیال ورودی را افزایش می‌دهیم، بستر به همان حالت ساکن باقی می‌ماند و به دلیل افزایش سرعت افت فشار افزایش می‌یابد این مسئله در موارد زیر نشان داده شده است. که از نقطه A تا B بستر چنین وضعیتی دارد.

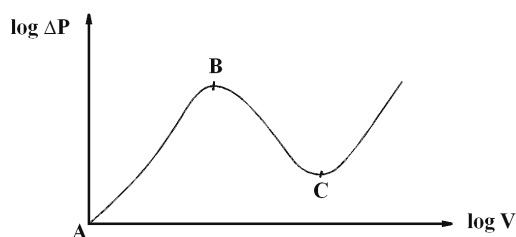
یادداشت:

.....

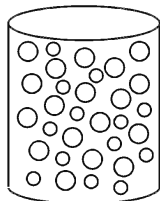
.....

.....

.....

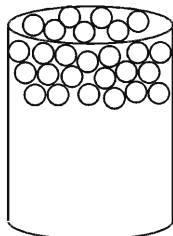


تا جایی که به نقطه B (آستانه سیالیت) می‌رسیم در این حالت نیرویی که سیال به پرکن‌ها وارد می‌کند با وزن پرکن‌ها برابر است و بستر در آستانه سیالیت قرار می‌گیرد، در این حالت اگر سرعت سیال را افزایش دهیم پرکن‌ها از هم جدا می‌شوند و به حالت زیر در می‌آیند:



حالت سیالیت

بنابراین در این حالت با افزایش سرعت، فاصله پرکن‌ها از هم بیشتر می‌گردد و با افزایش سرعت افت فشار کاهش می‌یابد. حالتی که در نقطه C اتفاق می‌افتد در شکل زیر نشان داده شده است:



در این حالت با افزایش جریان سیال تمامی پرکن‌ها به سمت بالای بستر حرکت کرده و پرکن‌ها در بالای بستر تجمع می‌کنند. از این حالت به بعد مجدداً افزایش سرعت موجب افزایش افت فشار می‌گردد.

محاسبه افت فشار:

افت فشار در آستانه سیالیت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{g}{g_c} (1 - \epsilon) (\rho_s - \rho)$$

که ρ_s دانسیته پرکن‌ها، ρ دانسیته سیال و $\frac{\Delta P}{L}$ افت فشار به ازای واحد طول می‌باشد. یادآوری می‌شود که g_c در سیستم SI برابر یک و در سیستم مهندسی انگلیسی $\frac{g}{g_c}$ برابر یک می‌باشد.

$$\Delta P = \frac{g}{g_c} L (1 - \epsilon) (\rho_s - \rho)$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$(\rho_s - \rho)$ هم مقداری ثابت است بنابراین افت فشار در حالت سیالیت مقداری ثابت دارد ولی $\frac{\Delta P}{L}$ به میزان تخلخل وابسته است.

تغییرات تخلخل با تغییرات طول بستر:

فرض می‌کنیم در اثر تغییرات طول بستر از L_1 به L_2 میزان تخلخل از ϵ_1 به ϵ_2 تغییر کند. $SL(1-\epsilon)$ حجمی که توسط پرکن‌ها اشغال می‌شود را بیان می‌کند از آنجا که تعداد پرکن‌ها ثابت است این حجم مقدار ثابتی است بنابراین همواره:

$$SL_1(1-\epsilon_1) = SL_2(1-\epsilon_2)$$

$$L_1(1-\epsilon_1) = L_2(1-\epsilon_2) \rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1-\epsilon_2}{1-\epsilon_1}$$

یعنی وقتی که طول بستر و به همراه آن تخلخل تغییر می‌کند حاصل ضرب طول بستر در $(1-\epsilon)$ مقدار ثابتی است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل نهم

جریان سیالات تراکم پذیر

محاسبه سرعت صوت

المانی از جریان سیال تراکم پذیر را مطابق شکل در نظر می گیریم:

ρ		$\rho + d\rho$
u		$u + du$
p		$p + dp$

اگر چگالی (ρ)، سرعت (u) و فشار (p) در دو قسمت المان موردنظر در طول جریان تغییر کند مطابق قانون بقای جرم خواهیم داشت:

$$\rho u A = (\rho + d\rho)(u + du)A$$

$$\rho u = \rho u + u d\rho + \rho du + d\rho du$$

از جمله $d\rho du$ به دلیل کوچک بودن صرف نظر می کنیم:

$$u d\rho + \rho du = 0$$

این رابطه قانون بقای جرم در جریان سیال تراکم پذیر در یک لوله با سطح مقطع ثابت می باشد.

اگر قانون بقای مومنتم را برای المان موردنظر بنویسیم خواهیم داشت:

$$pA - (p + dp)A = \rho u A (u + du - u)$$

بنابراین:

$$-dp = \rho u du$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

با جایگزین کردن رابطه اخیر در قانون بقای جرم خواهیم داشت:

$$u d\rho + \rho \left(-\frac{dp}{\rho u} \right) = 0$$

$$u = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

که از این رابطه سرعت سیال تراکم‌پذیر محاسبه می‌شود بنابراین سرعت صوت را نیز می‌توان از رابطه مذکور به دست آورد:

$$\text{سرعت صوت } C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

سرعت صوت از رابطه زیر نیز قابل محاسبه است:

$$\text{سرعت صوت } C = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

که K مدول بالک سیال و ρ دانسیته سیال می‌باشد.

اگر فرآیند عبور موج صوتی از داخل لوله را آدیباتیک و برگشت‌پذیر در نظر گرفته و سیال را گاز ایده‌آل فرض کنیم خواهیم داشت:

$$p V^\gamma = cte \rightarrow \rho \rho^{-\gamma} = cte$$

با دیفرانسیل‌گیری داریم:

$$\rho^{-\gamma} dp - \gamma \rho^{-\gamma-1} \rho d\rho = 0 \rightarrow dp - \frac{\gamma}{\rho} \rho d\rho = 0$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma p}{\rho}$$

و با جایگذاری رابطه اخیر در معادله $C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$ خواهیم داشت:

$$\text{سرعت صوت در گاز ایده‌آل } C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

و از آنجا که برای گاز ایده‌آل $\rho = \frac{PM}{RT}$ می‌باشد بنابراین:

$$C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\frac{PM}{RT}}}$$

$$\text{سرعت صوت در گاز ایده‌آل } C = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

در جریان سیالات تراکم‌پذیر عدد بی‌بعد ماخ به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$Ma = \frac{\text{سرعت سیال}}{\text{سرعت صوت}} = \frac{V}{C}$$

هر چه عدد کوچکی شود سیال به حالت تراکم‌ناپذیرتر نزدیک می‌شود به عبارت دیگر اگر عدد ماخ از 0.3 بزرگتر باشد سیال تراکم‌پذیر و اگر عدد ماخ از 0.3 کوچکتر باشد سیال تراکم‌ناپذیر است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

همچنین اگر عدد ماخ از یک بزرگتر باشد جریان را مافوق صوت (Supersonic) و اگر عدد ماخ از یک کوچکتر باشد جریان را مادون صوت (Subsonic) می نامیم:

{	$Ma > 0.3$	سیال تراکم پذیر
	$Ma < 0.3$	سیال تراکم ناپذیر
{	$Ma > 1$	مافوق صوت (Supersonic)
	$Ma < 1$	مادون صوت (Subsonic)

جریان ایزنتروپیک سیال تراکم پذیر در داخل نازل

جریان آدیاباتیک و بدون اصطکاک (ایزنتروپیک) یک جریان ایده آل است که در جریان گازهای حقیقی نمی توان به آن دست یافت. برای جریان یک بعدی یک گاز ایده آل اگر معادله اولر را بنویسیم خواهیم داشت:

$$u du + \frac{dp}{\rho} = 0 \tag{I}$$

همچنین قانون پیوستگی بیان می کند که:

$$\rho u A = \text{مقدار ثابت}$$

با دیفرانسیل گیری از این رابطه داریم (و توجه شود که در این حالت A ثابت نیست)

$$(\rho u) dA + (\rho A) du + (u A) d\rho = 0$$

از تقسیم این رابطه بر $\rho u A$ خواهیم داشت:

$$\frac{dA}{A} + \frac{du}{u} + \frac{d\rho}{\rho} = 0 \tag{II}$$

همچنین گفته شد سرعت صوت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \tag{III}$$

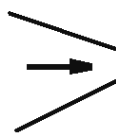
و بر اساس تعریف عدد ماخ داریم:

$$Ma = \frac{u}{C} \tag{IV}$$

از چهار معادله ذکر شده می توان رابطه زیر را به دست آورد:

$$\boxed{\frac{dA}{A} = \frac{du}{u} (Ma^2 - 1)}$$

از این رابطه نتیجه می شود که در یک نازل همگرا $\frac{dA}{A} < 0$ می باشد. اگر عدد Ma از یک کوچکتر باشد آن گاه $\frac{du}{u} > 0$ و به عبارت دیگر $du > 0$ می باشد. پس در یک نازل همگرا که جریان مادون صوت است سرعت افزایش می یابد.



نازل همگرا

یادداشت:

.....

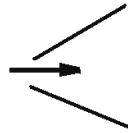
.....

.....

.....

$$Ma < 1 \text{ و } \frac{dA}{A} < 0 \rightarrow \frac{du}{u} > 0 \rightarrow du > 0$$

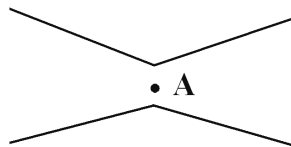
بالعکس در یک نازل واگرا $\frac{dA}{A} > 0$ می‌باشد. اگر عدد Ma از یک بزرگتر باشد آن گاه $\frac{du}{u} > 0$ و به عبارت دیگر $du > 0$ می‌باشد. یعنی در یک نازل واگرا که جریان مافوق صوت است سرعت افزایش می‌یابد.



نازل واگرا

$$Ma > 1 \text{ و } \frac{dA}{A} > 0 \rightarrow \frac{du}{u} > 0 \rightarrow du > 0$$

به عبارت دیگر اگر سرعت سیال مادون صوت باشد و بخواهیم سرعت سیال را افزایش دهیم باید سیال از یک کانال همگرا عبور نماید و اگر سرعت سیال مافوق صوت باشد و بخواهیم سرعت سیال را افزایش دهیم سیال باید از یک کانال واگرا عبور کند. بنابراین تنها روش ایجاد جریان مافوق صوت این است که سیال تراکم‌پذیر از یک کانال همگرا و به دنبال آن از یک کانال واگرا عبور کند. تنها جایی که امکان رسیدن به سرعت صوت وجود دارد گلوگاه کانال همگرا - واگرا می‌باشد.



نقطه A گلوگاه مجرای همگرا - واگرا

اگر در نقطه A سرعت، سرعت صوت باشد پس از آن به سرعت مافوق صوت می‌رسیم ولی اگر در نقطه A به سرعت صوت نرسیم امکان رسیدن به سرعت مافوق صوت پس از A وجود ندارد.

نکته: ماکزیمم شدت جرمی که از یک کانال همگرا - واگرا قابل عبور است زمانی است که سرعت سیال در گلوگاه به سرعت صوت برسد.

جریان آدیاباتیک سیال تراکم‌پذیر در داخل لوله:

در این حالت به ازای یک طول مشخصی از لوله که این طول را با L^* مشخص می‌کنیم سرعت در خروجی می‌تواند به سرعت صوت برسد. حداکثر سرعت در یک لوله سرعت صوت است.

اگر طول لوله کمتر از L^* باشد ($L < L^*$) سیال به سرعت صوت نمی‌رسد و سرعت مادون صوت است. اگر طول لوله بیشتر از L^* باشد ($L > L^*$) دو حالت اتفاق می‌افتد. اگر جریان مافوق صوت باشد، امواج شوک (و احتمالاً خفگی) و اگر جریان مادون صوت باشد خفگی بوجود می‌آید.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

در جریان آدیاباتیک دمای بین دو نقطه با رابطه زیر به یکدیگر مرتبط می‌شوند:

$$T_2 = T_1 - \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2C_p} \right)$$

طبق این رابطه اگر در جریان آدیاباتیک سرعت سیال افزایش پیدا کند دمای سیال کاهش می‌یابد. این رابطه به شرطی صحیح است که

(۱) هیچ‌کاری روی سیال انجام نشود.

(۲) تبادل حرارت وجود نداشته باشد.

(۳) لوله افقی باشد.

خفگی chocking: حالتی است که جرم مشخصی که باید جاری گردد، جریان نمی‌یابد بلکه جرم کمتری عبور می‌کند.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۱ - صفحه متحرکی 1 میلی متر از صفحه‌ای دیگر که ثابت است فاصله دارد و با سرعت 0.25 متر بر ثانیه در حال حرکت است. چنانچه اندازه نیروی لازم بزاء واحد سطح صفحه 4 پاسکال باشد ویسکوزیته سیال بین دو صفحه برابر با چند نیوتن - ثانیه بر متر مربع $(\frac{N.s}{m^2})$ می‌باشد؟

- (۱) 0.008 (۲) 0.032 (۳) 0.016 (۴) 0.064

۲ - دو سیال مخلوط نشدنی با ضخامت کم و برابر روی یک سطح ساکن قرار گرفته‌اند. صفحه‌ای که بر روی سیال بالایی قرار دارد با سرعت u حرکت می‌کند. در صورتی که سرعت در سطح تماس دو سیال $\frac{u}{4}$ باشد ارتباط ویسکوزیته دو سیال کدام است؟ ویسکوزیته سیال بالایی μ_2 می‌باشد.

- (۱) $\mu_1 = 3\mu_2$ (۲) $\mu_1 = \frac{\mu_2}{2}$ (۳) $\mu_1 = \frac{\mu_2}{3}$ (۴) $\mu_1 = 2\mu_2$

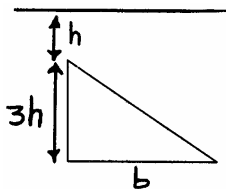
۳ - رابطه بین فشار درون یک حباب توخالی و کشش سطحی مایع تشکیل‌دهنده آن چگونه است؟

- (۱) $P = 2\sigma R$ (۲) $P = 4\sigma R$ (۳) $P = \frac{2\sigma}{R}$ (۴) $P = \frac{4\sigma}{R}$

۴ - با افزایش درجه حرارت گرانیوی گازها و مایعات از کدامیک از مصادیق ذیل تبعیت می‌نماید:

- (۱) گرانیوی مایعات افزایش و گرانیوی گازها کاهش می‌یابد. (۲) گرانیوی مایعات کاهش و گرانیوی گازها افزایش می‌یابد.
 (۳) گرانیوی در هر دو مورد افزایش می‌یابد. (۴) گرانیوی در هر دو مورد کاهش می‌یابد.

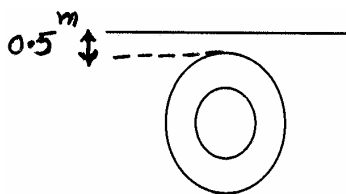
۵ - در شکل زیر نیروی وارد بر یک طرف صفحه چقدر است؟



- (۱) $\frac{2}{3}bh^2\gamma$ (۲) $6bh^2\gamma$
 (۳) $\frac{9}{2}bh^2\gamma$ (۴) $9bh^2\gamma$

۶ - پلاک زیر به طور قائم داخل آب قرار دارد نیروی وارد بر یک سمت آن بر حسب نیوتن کدام است؟ $(\gamma_{H_2O} = 10kN/m^3)$

$(d_o = 2d_i = 2m)$

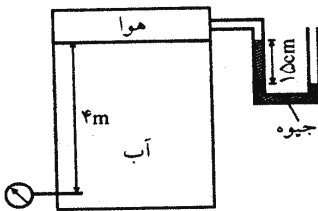


- (۱) 12500π (۲) 11250π
 (۳) 850π (۴) 10750π

یادداشت:

.....

۷- در شکل زیر فشار سنج چه فشاری را نشان می‌دهد؟ (چگالی آب 1000 kg/m^3 و چگالی جیوه 13600 kg/m^3 می‌باشد).



- (۱) 0.2 بار نسبی
- (۲) 0.2 بار مطلق
- (۳) 0.6 بار نسبی
- (۴) 0.6 بار مطلق

۸- چه موقع در یک سیال فشار در یک نقطه در تمامی جهات یکسان خواهد بود:

- (۱) فقط زمانی که سیال بی اصطکاک است.
- (۲) فقط زمانی که سیال بی اصطکاک و غیر قابل تراکم باشد.
- (۳) فقط در حالی که سیال دارای لزجت صفر و بدون حرکت باشد.
- (۴) زمانی که هیچ لایه سیال نسبت به لایه مجاور حرکت نمی‌کند.

۹- در ظرفی استوانه‌ای به ارتفاع کل 10 Cm حدود 7 Cm آب وجود دارد اگر این ظرف با سرعت زاویه‌ای ω شروع به چرخش کند در چه سرعتی (برحسب rad/sec) آب شروع به بیرون ریختن می‌کند؟ (قطر ظرف = 4 Cm)

- (۱) 65
- (۲) 36
- (۳) 40
- (۴) 55

۱۰- اسکله‌ای چوبی به ابعاد $4 \times 2 \times 1$ متر با چگالی 0.5 تحت نیروئی معادل 400 Kgf در آب شناور است عمق غوطه‌وری اسکله چوبی برابر است با:

- (۱) 0.15 متر
- (۲) 0.25 متر
- (۳) 0.55 متر
- (۴) 0.75 متر

۱۱- معادله خط جریان برای سیالی که بردار سرعت آن در نقطه $A(1,1)$ معادل $U = x \mathbf{i} + 3y \mathbf{j}$ باشد چیست؟

- (۱) $y = x^3$
- (۲) $y = \frac{1}{x^3}$
- (۳) $y = (x-1)^3 + 1$
- (۴) $y = (x-1)^{\frac{1}{3}} + 1$

۱۲- برای یک جریان سه‌بعدی مولفه‌های سرعت به قرار زیرند. مولفه سرعت راستای y کدام است؟ (a و b مقادیر ثابتی می‌باشند)

$\vec{V} = u \mathbf{i} + v \mathbf{j} + w \mathbf{k}$, $u = ax - y$, $v = ?$, $w = ax - bz$

- (۱) $(b-a)y$
- (۲) $(a-b)y + f(x,z,t)$
- (۳) $(b-a)y + f(x,z,t)$
- (۴) $(b-a)y + f(x,y,z,t)$

۱۳- آب با توزیع سرعت $V_s = 4 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{m}{s}$ در لوله‌ای با قطر 10 cm در جریان است اگر دانسیته آب $1000 \frac{kg}{m^3}$ باشد، دبی جرمی

آب چند $\frac{kg}{hr}$ خواهد بود؟

- (۱) 565
- (۲) 56520
- (۳) 15.7
- (۴) 5652

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

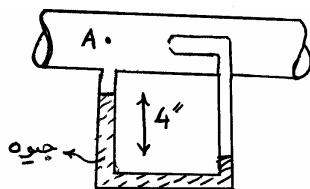
.....

۱۴ - داخل یک لوله، روغن با دبی 10 kg/s ، با سرعت 10 m/s در امتداد \vec{ox} در صفحه افقی xoy جریان دارد. این جریان بوسیله یک زانوی 135° یک تغییر مسیر در همین صفحه می‌یابد. مقدار مؤلفه های F_x, F_y (قدر مطلق) وارد بر سیال چقدر خواهد بود؟
 (۱) $F_x = F_y = 30 \text{ N}$ (۲) $F_x = F_y = 70 \text{ N}$ (۳) $F_x = 70 \text{ N}, F_y = 30 \text{ N}$ (۴) $F_x = 30 \text{ N}, F_y = 70 \text{ N}$

۱۵ - کدامیک از عبارات زیر در مورد ضریب تصحیح مونتوم و ضریب تصحیح انرژی جنبشی صحیح است؟

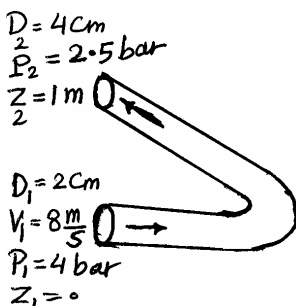
- (۱) در جریان در هم ضریب تصحیح مونتوم $\frac{4}{3}$ و ضریب تصحیح انرژی جنبشی ۲ است زیرا توزیع سرعت مسطح است.
 (۲) در جریان درهم ضریب تصحیح مونتوم و ضریب تصحیح انرژی جنبشی نزدیک به ۱ می باشد زیرا توزیع سرعت سهموی است.
 (۳) در جریان آرام ضریب تصحیح مونتوم برابر $\frac{4}{3}$ و ضریب تصحیح انرژی جنبشی ۲ است زیرا توزیع سرعت سهموی است.
 (۴) در جریان آرام ضریب تصحیح مونتوم برابر ۲ و ضریب تصحیح انرژی جنبشی $\frac{4}{3}$ است زیرا توزیع سرعت سهموی است.

۱۶ - یک برش نفتی در 70°F از داخل یک لوله که به یک Pitot tube وصل گردیده اختلاف فشاری معادل ۴ اینچ جیوه می‌نماید سرعت در نقطه A را حساب نمایید (برای برش نفتی $sp.gr = 0.5$ و برای جیوه ۱۳.۶ است).



- (۱) 24 ft/s (۲) 30 ft/s
 (۳) 12 ft/s (۴) 16 ft/s

۱۷ - در شکل مقابل افت انرژی در سیال گذرنده از اتصال چند J/kg است؟ اتصال افقی قرار گرفته است. دانسیته سیال $\frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ و فشارها نسبی می باشند.



- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۵۰
 (۳) ۱۷۰ (۴) ۱۹۰

۱۸ - کدام عبارت در مورد حرکت سیال نیوتنی در داخل لوله افقی صحیح است؟

- (۱) توزیع تنش و سرعت هر دو سهمی هستند (۲) توزیع تنش و سرعت هر دو خطی هستند
 (۳) توزیع تنش سهمی و توزیع سرعت خطی هستند (۴) توزیع تنش برشی خطی بوده و توزیع سرعت سهمی است.

یادداشت:

.....

۱۹ - توزیع تنش در یک لوله افقی برابر $\tau = 2\mu/r^2$ می باشد افت فشار برای واحد طول این لوله مطابق کدام گزینه تغییر می کند؟ (R) شعاع لوله می باشد)

(۱) $\frac{-\Delta P}{L} = 4\mu R^3$ (۲) $\frac{-\Delta P}{L} = 4\mu/R^3$ (۳) $\frac{-\Delta P}{L} = 2\mu/R$ (۴) $\frac{-\Delta P}{L} = 2R^3/\mu$

۲۰ - هرگاه تنش برشی در دیواره لوله ای به قطر 48 inch برابر $14.4 \frac{lb_f}{ft^2}$ باشد افت فشار در طول 100 ft از این خط لوله بر حسب psi برابر خواهد بود با:

(۱) 10 (۲) 20 (۳) 5 (۴) 40

۲۱ - در حرکت آرام داخل لوله اگر دبی جریان دو برابر شود و سایر پارامترها ثابت باقی بماند تنش مطابق کدام یک از پاسخ ها تغییر می کند؟

(۱) تغییر نمی کند (۲) چهار برابر می شود. (۳) دو برابر می شود (۴) نصف می شود

۲۲ - آب با دبی $6 \times 10^{-3} \frac{m^3}{sec}$ در داخل یک لوله به قطر 20 میلی متر جریان دارد. اگر آب وارد مقطع بزرگتر به قطر 200 میلی متر شود اتلاف بر حسب متر در اثر این افزایش سطح مقطع چقدر است؟ ($\pi=3, g=10 \text{ m/s}^2$)

(۱) 5 (۲) 10 (۳) 15 (۴) 20

۲۳ - رابطه افت انرژی مکانیکی در لوله ای افقی با قطر ثابت زمانی بصورت $h_{fs} = \frac{-\Delta P}{\rho}$ در می آید که جریان ($\Delta P =$ افت فشار، $\rho =$ دانسیته سیال)

(۱) پایدار و فقط اصطکاک پوسته ای وجود داشته باشد.

(۲) پایدار، یک بعدی و فقط اصطکاک پوسته ای وجود داشته باشد.

(۳) ناپایدار، آرام و یک بعدی باشد.

(۴) آرام و پایدار باشد

۲۴ - جریان روغن با ویسکوزیته $0.5 \frac{N \cdot S}{m^2}$ دانسیته $1 \frac{g}{cm^3}$ و دبی $1.8 \frac{l}{min}$ از لوله ای به قطر 4 mm می گذرد ضریب اصطکاک در این سیستم با فرض $\epsilon = 0.001 \text{ mm}$ چقدر می باشد؟ ($\pi=3$)

(۱) 0.1 (۲) 0.2 (۳) 0.4 (۴) 0.8

۲۵ - برای جریان بین دو صفحه موازی با فاصله h که یکی او صفحات با سرعت V حرکت می کند توزیع سرعت با رابطه $\frac{u}{V} = \frac{y}{h}$ داده شده است. اگر $Re = \frac{\rho V h}{\mu}$ باشد ضریب اصطکاک داری برابر است با:

(۱) $\frac{8}{Re}$ (۲) $\frac{16}{Re}$ (۳) $\frac{32}{Re}$ (۴) $\frac{128}{Re}$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۲۶- لوله ای به قطر ۵ cm و طول ۲ km مفروض است در این لوله سیالی با سرعت $10 \frac{cm}{sec}$ و با مشخصات $\mu = 5 CP$ و $p = 800 \frac{kg}{m^3}$

جریان دارد مقدار افت انرژی در این لوله برحسب J/kg چقدر است؟

- (۱) 2 (۲) 4 (۳) 16 (۴) 8

۲۷- دو مخزن بزرگ آب به اختلاف ارتفاع 20 m توسط لوله ای به هم متصل هستند. فشار روی مخازن یک اتمسفر است. اگر قطر

لوله 4 برابر شود، در انصورت سرعت جریان چند برابر خواهد شد؟ ضریب اصطکاک را ثابت فرض کنید.

- (۱) 2 (۲) 0.5 (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $\sqrt{2}$

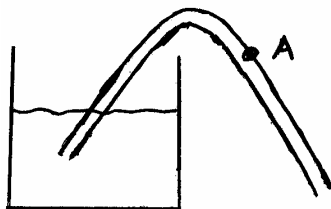
۲۸- آب در فضای حلقوی بین دو لوله هم مرکز موازی با محور لوله ها در جریان است. با فرض درهم بودن جریان در صورتیکه سرعت

متوسط جریان برابر 2 متر بر ثانیه باشد عدد رینولدز جریان چقدر است؟ ($v = 10^{-6} m^2 / sec, r_0 = 4 cm, r_i = 2 cm$)

- (۱) 20000 (۲) 40000 (۳) 80000 (۴) 160000

۲۹- آب از یک مخزن توسط شیلنگ مطابق شکل سیفون می شود. اگر در نقطه A سوراخی ایجاد شود کدام گزینه صحیح است؟ (از

اصطکاک صرف نظر کنید)



(۱) هوا به داخل لوله مکیده می شود.

(۲) آب از سوراخ به بیرون نشت می کند.

(۳) بسته به قطر و طول لوله می تواند گزینه های ۱ و ۲ درست باشند.

(۴) محل سوراخ تاثیری در این اتفاق ندارد.

۳۰- طول معادل از یک لوله به قطر 20 سانتی متر و ضریب اصطکاک 0.05 که برابر با یک مجموعه از یک شیر توپی ($K = 12$)،

دوزانویی استاندارد ($K = 1$) و یک شیر دروازه ای ($K = 1$) باشد چند متر است؟

- (۱) 120 (۲) 7.5 (۳) 30 (۴) 60

۳۱- یک سیال در درون دو لوله موازی با طول و قطر مساوی (با زبری نسبی $\frac{\epsilon_1}{d_1} = 0.001$ و $\frac{\epsilon_2}{d_2} = 0.005$) و با عدد رینولدز $Re = 400$

جریان دارد. کدامیک از شرایط زیر برقرار است؟

(۱) افت فشار و دبی جرمی دو لوله یکسان است.

(۲) افت فشار و دبی جرمی کل برابر مجموع افت فشار دو لوله و مجموع دبی جرمی لوله هاست.

(۳) افت فشار در لوله دوم بیشتر از لوله اول است و دبی جرمی برابر مجموع دبی جرمی خط لوله هاست.

(۴) افت فشار دو خط لوله باهم برابر بوده و دبی جرمی کل برابر مجموع دبی جرمی هر یک از لوله هاست.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۳۲ - نیروی کشش (Drag) وارده بر یک استوانه ای به بلندی 40 m و به قطر 2.5 m بر حسب یوتن کدام است؟ سرعت باد در دمای محیط $T = 20^\circ C$ برابر 33.3 m/s ، $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ و $C_D = 0.6$ می‌باشند.

- (۱) 39920 (۲) 3992 (۳) 399200 (۴) 1996

۳۳ - چگونگی تغییرات ضریب Drag (CD) با Wake و عدد رینولدز (N_{Re}) مطابق کدامیک از حالات زیر است:

- (۱) افزایش N_{Re} و کاهش Wake باعث کاهش Drag می‌شود.
 (۲) افزایش N_{Re} و کاهش Wake باعث کاهش ضریب Drag می‌شود.
 (۳) افزایش N_{Re} باعث افزایش ضریب Drag می‌شود.
 (۴) افزایش N_{Re} و افزایش Wake باعث کاهش ضریب Drag می‌شود.

۳۴ - یک کره به قطر 2 ft در آب حرکت می‌نماید. اگر نیروی دراگ (Drag) وارد بر کره یک پوند نیرو باشد ضریب دراگ بر حسب سرعت کره (V) به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟

- (۱) $\frac{1}{800\pi V^2}$ (۲) $\frac{1}{25\pi V^2}$ (۳) $\frac{1}{320\pi V^2}$ (۴) $\frac{1}{\pi V^2}$

۳۵ - بستری با ارتفاع 10 ft حاوی ذراتی با چگالی 3 و تخلخل 0.5 به وسیله آب سیال شده است افت فشار تقریباً چند $\frac{\text{lb}_f}{\text{ft}^2}$ است؟

- (۱) 312 (۲) 624 (۳) 10 (۴) 156

۳۶ - ضریب تخلخل یک بستر ثابت 0.4 است. اگر سرعت گاز ورودی را افزایش دهیم تا بستر به حالت سیالیت برسد و ارتفاع آن 100 درصد افزایش یابد، ضریب تخلخل در این حالت کدام است؟

- (۱) 0.6 (۲) 0.7 (۳) 0.8 (۴) 0.9

۳۷ - 12 کیلوگرم دانه‌های گندم در یک بستر استوانه‌ای سیال داده شده است. سرعت سیال $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، دانسیته سیال $1.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و قطر استوانه 20 cm است. افت فشار بستر را تخمین بزنید. ($g = 10 \text{ m/s}^2, \pi = 3$)

- (۱) 4000 Pa (۲) 2000 Pa (۳) 8000 Pa (۴) 12000 Pa

۳۸ - پمپی روغنی به چگالی نسبی (S) را با راندمان 50% و شدت جریان 10 lit/s به ارتفاع 50 متر پمپاژ می‌کند اگر موتور پمپ (توان کل) 8 Kw باشد چگالی نسبی سیال چقدر است؟

- (۱) 0.7 (۲) 1.6 (۳) 0.8 (۴) 1.4

۳۹ - پمپی در بالای تانک آب به فاصله 10 متر تعبیه شده است. فشار تانک برابر 150 کیلوپاسکال می‌باشد. اگر فشار بخار آب 30 کیلوپاسکال، تلفات بخش مکش 20 کیلوپاسکال و سرعت سیال در ورود به پمپ 4 m/s باشد مقدار NPSH بر حسب متر برابر خواهد بود با:

- (۱) صفر (۲) 20 (۳) 0.8 (۴) 3

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

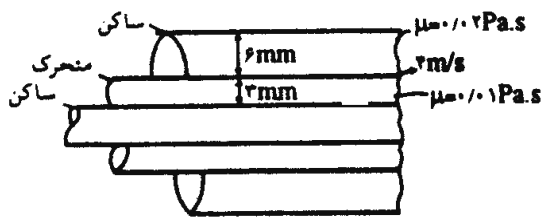
۴۰ - عدد بدون بعد با ترکیب پارامترهای افت فشار ΔP ، قطر D ، چگالی ρ ، سرعت دورانی ω و دبی عبوری Q برابر است با:

(۱) $\frac{\rho \Delta P}{D^2 \omega^2}$ (۲) $\frac{\rho \omega^2}{D^2 \Delta P}$ (۳) $\frac{\omega^2 \Delta P}{D^2 \rho}$ (۴) $\frac{\Delta P}{\rho \omega^2 D^2}$

۴۱ - لوله متحرک بسیار بلندی بین دو لوله ثابت قرار گرفته است. فضای بین لوله‌ها با سیالات نیوتنی با ویسکوزیته‌های نشان داده شده در شکل پر شده است. اگر لوله میانی با سرعت ثابت $4 \frac{m}{s}$ در جهت محوری حرکت کند، تنش برشی وارد شده بر لوله‌های ساکن

(مهندسی بیوتکنولوژی)

بزرگ و کوچک به ترتیب عبارت‌اند از:



(۱) 13.34 Pa , 13.34 Pa

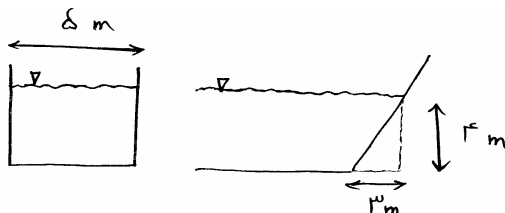
(۲) 6.67 Pa , 6.67 Pa

(۳) 6.67 Pa , 13.34 Pa

(۴) 13.34 Pa , 6.67 Pa

۴۲ - در شکل مقابل دو نمای یک مخزن محتوی آب ($\gamma = 10 \frac{kN}{m^3}$) ترسیم شده است. کل نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر دیواره

شیبدار مخزن برحسب KN چقدر است؟



(۱) 300

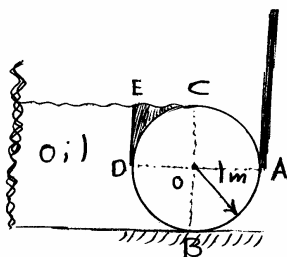
(۲) 400

(۳) 500

(۴) 600

۴۳ - سیلندری به قطر 2 متر و به وزن 20 کیلونیوتن و طول 1.5 متر به عنوان دریچه در شکل مقابل به کار رفته است، نیروی

عکس‌العمل در نقطه A را محاسبه کنید. (g را معادل $10 \frac{m}{s^2}$ در نظر بگیرید، چگالی ویژه سیال 0.8 است)



(۱) 3×10^4 N

(۲) 2.4×10^4 N

(۳) 2×10^4 N

(۴) 1.6×10^4 N

یادداشت:

.....

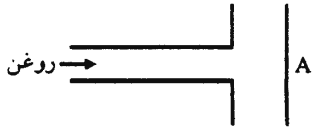
.....

.....

.....

۴۴ - روغن با دانسیته $850 \frac{kg}{m^3}$ مطابق شکل با سرعت $10 \frac{m}{s}$ به صفحه A برخورد می کند. اگر قطر لوله حامل روغن 10 cm باشد،

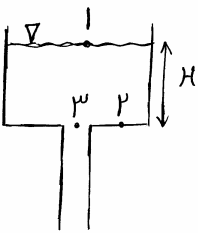
نیروی وارد شده بر صفحه A در جهت عمود بر آن چند N است؟ (مهندسی بیوتکنولوژی آزاد)



(۱) 66.725 (۲) اطلاعات کافی نیست.

(۳) 667.25 (۴) 266

۴۵ - در شکل زیر با صرف نظر کردن از تلفات، اختلاف فشار $P_2 - P_3$ برابر است با:

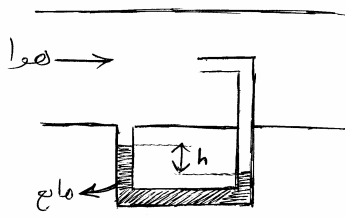


(۱) $-\frac{1}{2} \rho V_3^2$ (۲) 0

(۳) $+\frac{1}{2} \rho V_3^2$ (۴) $\gamma H + \frac{1}{2} \rho V_3^2$

۴۶ - اگر مطابق شکل سرعت هوا در محور لوله برابر با $20 \frac{m}{s}$ باشد، ارتفاع h در مانومتر متصل به لوله چند mm است؟

(مهندسی بیوتکنولوژی) که $\frac{\gamma_w}{\gamma_a} = 100$ وزن مخصوص مایع و γ_a وزن مخصوص هواست و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ می باشد

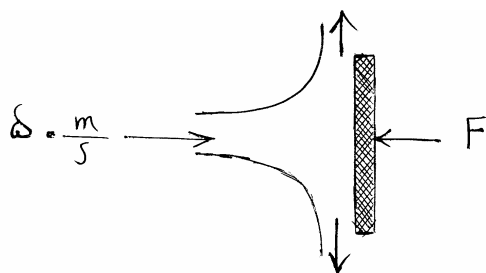


(۱) 20 (۲) 30

(۳) 50 (۴) 100

۴۷ - جت آب $\left(\rho = 1000 \frac{kg}{m^3} \right)$ با سطح مقطع $1200 mm^2$ و با سرعت $50 \frac{m}{s}$ مطابق شکل بر صفحه قائمی برخورد می کند. نیروی

لازم برای نگه داشتن صفحه چقدر است؟



(۱) 6000 N

(۲) 3000 N

(۳) 1500 N

(۴) 600 N

یادداشت:

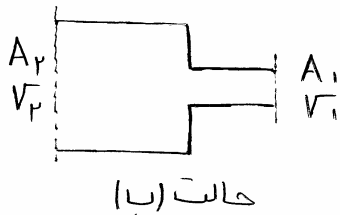
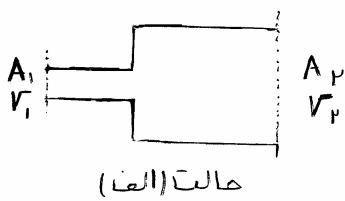
.....

.....

.....

.....

۴۸ - جریان عبوری از داخل دو مجرای یکسان و با جهات مختلف سرعت را در نظر بگیرید. مقدار افت فشار در کدامیک و به چه علت بیشتر است؟



- (۱) حالت (الف)، به دلیل کاهش فشار از ناحیه ۱ به ناحیه ۲
- (۲) حالت (الف)، به دلیل افزایش فشار از ناحیه ۱ به ناحیه ۲
- (۳) حالت (ب)، به دلیل کاهش فشار از ناحیه ۱ به ناحیه ۲
- (۴) حالت (ب)، به دلیل افزایش فشار از ناحیه ۲ به ناحیه ۱

۴۹ - دو لوله با طول L و ضریب اصطکاک f یکسان با هم موازی شده‌اند و در آن‌ها سیالی یکسان جریان دارد، نسبت عدد رینولدز

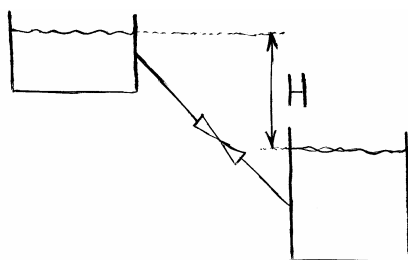
در دو لوله برابر است با:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^4 \quad (۴) \qquad \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^3 \quad (۳) \qquad \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 \quad (۲) \qquad \frac{V_1}{V_2} \quad (۱)$$

۵۰ - در صورتی که پروفایل سرعت جریان فشاری بین دو صفحه موازی $V_x = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\Delta P}{L}\right) (b^2 - y^2)$ باشد (b فاصله بین دو صفحه است)، مقدار سرعت متوسط را به دست آورید.

$$V_{avg} = \frac{b^2}{4\mu} \left(\frac{\Delta P}{L}\right) \quad (۴) \qquad V_{avg} = \frac{b^2}{2\mu} \left(\frac{\Delta P}{L}\right) \quad (۳) \qquad V_{avg} = \frac{3b^2}{4\mu} \left(\frac{\Delta P}{L}\right) \quad (۲) \qquad V_{avg} = \frac{b^2}{3\mu} \left(\frac{\Delta P}{L}\right) \quad (۱)$$

۵۱ - در شکل زیر پس از نصب در لوله دبی به نصف مقدار اولیه خود می‌رسد. افت موضعی در شیر چقدر است؟ ضریب اصطکاک ثابت می‌ماند.



- (۱) $\frac{1}{4}H$
- (۲) $\frac{1}{2}H$
- (۳) $\frac{3}{4}H$
- (۴) H

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۵۲ - آب با سرعت $4 \frac{m}{s}$ داخل لوله‌ای به قطر 0.05 m جریان دارد. ضریب اصطکاک جریان داخل لوله 0.005 است. افت فشار در یک

متر لوله چقدر است؟

(مهندسی شیمی)

- (۱) 200 پاسکال (۲) 800 پاسکال (۳) 1200 پاسکال (۴) 3200 پاسکال

۵۳ - پمپی در مجاور یک مخزن قرار گرفته است. اگر هد فشار بر روی سیال مخزن 12 m ، هد تلفات بخش مکش 4 m و هد فشار بخار

سیال 2 m باشد، حداقل ارتفاع پمپ از مخزن چقدر باشد تا NPSH در بخش مکش پمپ 10 m باشد؟

(مهندسی بیوتکنولوژی)

- (۱) 4 متر بالای مخزن نصب شود. (۲) 4 متر پایین‌تر از مخزن نصب شود.
 (۳) 0.4 متر پایین‌تر از مخزن نصب شود. (۴) 0.4 متر بالای مخزن نصب شود.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

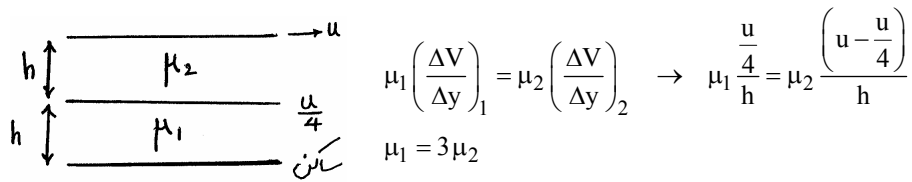
حل سؤالات مکانیک سیالات مهندسی شیمی

۱- گزینه ۳ درست است.

$$\tau = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y} \rightarrow \frac{F}{A} = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y} \rightarrow 4 = \mu \frac{0.25}{10^{-3}}$$

$$\mu = \frac{4 \times 10^{-3}}{0.25} = 0.016 \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$$

۲- گزینه ۱ درست است.



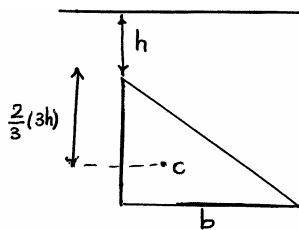
۳- گزینه ۴ درست است.

برای حباب : $p = \frac{4\sigma}{R}$

برای قطره : $p = \frac{2\sigma}{R}$

۴- گزینه ۲ درست است.

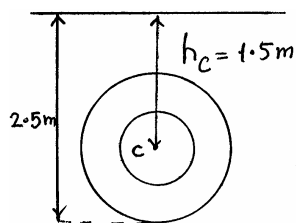
۵- گزینه ۳ درست است.



$$P = \gamma h_c A = P_c A$$

$$P = \gamma \left(h + \frac{2}{3} \times 3h \right) \left(\frac{1}{2} \times 3h \times b \right) = \gamma (3h) \left(\frac{3}{2} bh \right) = \frac{9}{2} \gamma bh^2$$

۶- گزینه ۲ درست است.



$$F = \gamma h_c A = \gamma (1.5) \frac{\pi(2^2 - 1^2)}{4} = \frac{4.5\pi\gamma}{4} = 11250 \pi$$

یادداشت:

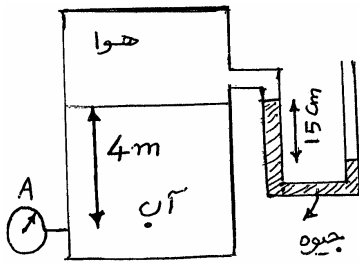
.....

.....

.....

.....

۷ - گزینه ۱ درست است.



$$P_A - (1000 \times 10 \times 4) + (13600 \times 10 \times 0.15) = P_B$$

$$P_A - \frac{40000}{100000} + \left(\frac{136000 \times 0.15}{100000} \right) = P_B$$

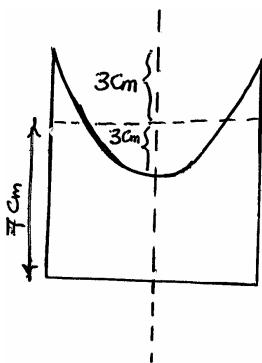
$$P_A - 0.4 + 0.2 = P_B$$

$$P_A = P_B + 0.2$$

$$\begin{cases} P_B = 0 \text{ barg} \rightarrow P_A = 0.2 \text{ barg} \\ P_B = 1 \text{ bara} \rightarrow P_A = 1.2 \text{ bara} \end{cases}$$

۸ - گزینه ۴ درست است.

۹ - گزینه ۴ درست است.



وقتی سیال در آستانه ریزش قرار گیرد باید عمق سهمی $(2 \times 3 = 6 \text{ cm})$ باشد. پس:

$$Z_0 = \frac{R^2 \omega^2}{2g} \Rightarrow 6 \times 10^{-2} = \frac{(2 \times 10^{-2})^2 \omega^2}{20}$$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{2 \times 6 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^3 \rightarrow \omega = 55 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

۱۰ - گزینه ۳ درست است.

اگر موازنه نیروها را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$(400 \times 10) + W = F_B$$

$$4000 + (4 \times 2 \times 1 \times 500 \times 10) = (10000 \times 4 \times 2 \times x) \rightarrow x = 0.55 \text{ m}$$

۱۱ - گزینه ۱ درست است.

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{3y}$$

$$\ln x = \frac{1}{3} \ln y + \ln C_1 \rightarrow \ln x^3 = \ln y + \ln C$$

$$x = 1, y = 1 \rightarrow 1 = C \times 1 \rightarrow C = 1 \rightarrow y = x^3$$

۱۲ - گزینه ۳ درست است.

چون سیال تراکم‌ناپذیر است پس:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$a + \frac{\partial v}{\partial y} + (-b) = 0 \rightarrow dv = (b-a)dy \rightarrow v = (b-a)y + f(x, z, t)$$

توجه: چون رابطه (۱) هم در جریان پایدار و هم در جریان ناپایدار برای سیال تراکم ناپذیر درست می‌باشد و در صورت مسئله تراکم‌پذیر بودن یا نبودن قید نشده است پس تابعیت زمان نیز در نظر گرفته شده است.

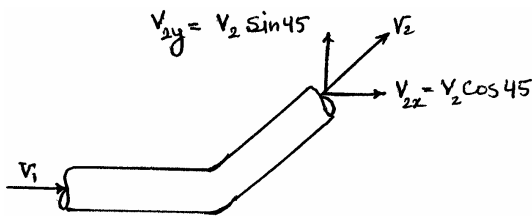
۱۳ - گزینه ۲ درست است.

$$\dot{m} = \rho \bar{V} A, \quad \bar{V} = \frac{1}{2} V_{\max} = \frac{4}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{m} = 1000 \times 2 \times \frac{\pi}{4} (0.1)^2 = 5\pi = 15.7 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m} = 3600 \times 15.7 = 56520 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

۱۴ - گزینه ۴ درست است.



$$\sum f_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}), \quad \sin 45 = \cos 45 = 0.707$$

$$\sum f_x = \dot{m}(V_2 \times 0.7 - V_1), \quad V_{2y} = V_2 \sin 45$$

$$\sum f_x = 10(7 - 10) = -30 \rightarrow \left| \sum f_x \right| = 30 \text{ N}$$

$$\sum f_y = \dot{m}(V_{2y} - V_{1y}) = 10(V_2 \sin 45 - 0)$$

$$\sum f_y = 10(10 \times 0.7) \rightarrow \sum f_y = 70 \text{ N}$$

۱۵ - گزینه ۳ درست است.

در جریان آرام: $\beta = \frac{4}{3}$, $\alpha = 2$

در جریان درهم: $\beta = 1$, $\alpha = 1$

۱۶ - گزینه ۱ درست است.

$$V = \sqrt{2Rg \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1 \right)}$$

$$V = \sqrt{2 \times \frac{4}{12} \times 32.2 \left(\frac{13.6}{0.5} - 1 \right)} = 23.7 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

یادداشت:

.....

.....

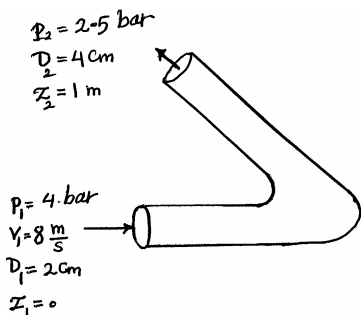
.....

.....

۱۷ - گزینه ۳ درست است.

برای پیدا کردن اتلاف قانون برنولی را بین مقطع ورودی و خروجی می نویسیم:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + h_f$$



$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow 8 \times (2)^2 = V_2 \times (4)^2 \rightarrow V_2 = 2 \frac{m}{s}$$

حال در معادله برنولی قرار می دهیم:

$$\frac{400000}{1000} + \frac{64}{2} + 0 = \frac{250000}{1000} + \frac{4}{2} + 10 + h_f$$

$$400 + 32 = 250 + 12 + h_f \rightarrow h_f = 170 \frac{J}{kg}$$

۱۸ - گزینه ۴ درست است.

۱۹ - گزینه ۲ درست است.

$$\tau_w = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{R}{2} \rightarrow \frac{2\mu}{R^2} = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{R}{2}$$

$$\frac{-\Delta P}{L} = \frac{4\mu}{R^3}$$

۲۰ - گزینه ۱ درست است.

$$\tau_w = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{D}{4}$$

$$14.4 \cdot \frac{lb_f}{ft^2} \times 1 \frac{ft^2}{144in^2} = \frac{(-\Delta P)}{100} \times \frac{\left(\frac{48}{12}\right)}{4} \rightarrow -\Delta P = 10 \text{ Psi}$$

۲۱ - گزینه ۳ درست است.

در جریان آرام، چنانچه با ثابت ماندن سایر پارامترها دبی را دو برابر کنیم افت فشار نیز دو برابر خواهد شد. لذا خواهیم داشت:

$$\tau = \frac{-\Delta P}{L} \cdot \frac{r}{2} \rightarrow \tau \propto \frac{-\Delta P}{L} \rightarrow \text{تنش نیز دو برابر خواهد شد.}$$

۲۲ - گزینه ۴ درست است.

$$Q = VA \rightarrow 6 \times 10^{-3} = V \times \pi (0.01)^2 \rightarrow 6 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-4} V$$

$$V = 20 \frac{m}{s} \text{ (سرعت در سطح مقطع کوچک تر)}$$

یادداشت:

.....

$$h_f = k \frac{V^2}{2g} = 1 \times \frac{20^2}{20} = 20 \text{ m}$$

۲۳ - گزینه ۲ درست است.

۲۴ - گزینه ۴ درست است.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{\rho \left(\frac{4Q}{\pi D^2} \right) D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\pi D \mu}$$

$$Re = \frac{4 \times 10^3 \times 1.8 \times 10^{-3}}{3 \times (4 \times 10^{-3}) \times (0.5)} = 20 \rightarrow \text{جریان آرام}$$

$$f = \frac{16}{Re} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۲۵ - گزینه ۳ درست است.

$$\frac{u}{V} = \frac{y}{B} \rightarrow \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{V}{B}$$

$$f = \frac{\tau_w}{\left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right)} = \frac{\mu \frac{V}{B}}{\rho \frac{\left(\frac{V}{2} \right)^2}{2}} = \frac{\mu \frac{V}{B}}{\rho \frac{V^2}{8}} = \frac{8\mu}{\rho V B} = \frac{8}{Re}$$

عدد به دست آمده ضریب اصطکاک فانیگ می باشد. پس:

$$f_{\text{darcy}} = \frac{32}{Re}$$

۲۶ - گزینه ۳ درست است.

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{(8 \times 10^2) \times (10 \times 10^{-2}) \times (5 \times 10^{-2})}{(5 \times 10^{-2}) \times 10^{-1}} = 800$$

$$f = \frac{16}{Re} = \frac{16}{8 \times 10^2} = 0.02$$

$$h_f = 4f \frac{L u^2}{D} = 4 \times 2 \times 10^{-2} \times \frac{2 \times 10^3}{5 \times 10^{-2}} \times \frac{10^{-2}}{2} = 16 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۲۷ - گزینه ۱ درست است.

اگر رابطه برنولی را بین نقاط ۱ و ۲ واقع در سطح آزاد سیال در مخازن ۱ و ۲ بنویسیم خواهیم داشت:

$$V_1 = V_2 = 0 \quad , \quad P_1 = P_2 = 0$$

$$\Delta z = h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

چون h_f ، f و L ثابت می‌باشند $V \propto \sqrt{D}$ است یعنی با ۴ برابر قطر لوله سرعت ۲ برابر خواهد شد.

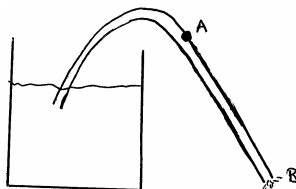
۲۸ - گزینه ۳ درست است.

$$D_o = 2r_o = 8 \text{ cm} \quad , \quad D_i = 2r_i = 4 \text{ cm}$$

$$D_H = D_o - D_i = 8 - 4 = 4 \text{ cm}$$

$$Re = \frac{\rho u D_H}{\mu} = \frac{u D_H}{\nu} = \frac{2 \times 4 \times 10^{-2}}{10^{-6}} = 8 \times 10^4 = 80000$$

۲۹ - گزینه ۱ درست است.



اگر بین A و B برنولی بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2} + gZ_A = \frac{P_B}{\rho} + \frac{V_B^2}{2} + gZ_B$$

$$P_B = 0 \quad , \quad Z_B = 0 \quad , \quad V_A = V_B \quad \rightarrow \quad \frac{P_A}{\rho} + gZ_A = 0 \quad \rightarrow \quad P_A = -\rho g Z_A$$

یعنی در نقطه A فشار منفی بوده و هوا به داخل مکیده می‌شود.

۳۰ - گزینه ۴ درست است.

$$\sum k = 12 + (2 \times 1) + 1 = 15$$

$$L_e = \frac{\sum k \cdot D}{4f} = \frac{15 \times 0.2}{4 \times 0.05} = 15 \text{ m}$$

که در گزینه‌ها نمی‌باشد. لذا ضریب اصطکاک داده شده f_{darcy} بوده و خواهیم داشت:

$$L_e = \frac{\sum k \cdot D}{f_{\text{darcy}}} = \frac{15 \times 0.2}{0.05} = 60 \text{ m}$$

۳۱ - گزینه ۴ درست است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۳۲ - گزینه ۱ درست است.

$$F_D = C_D A_P \frac{\rho u^2}{2} = 0.6 \times (40 \times 2.5) \times \frac{1.2 \times (33.3)^2}{2}$$

$$F_D = 39920 \text{ N}$$

۳۳ - گزینه ۴ درست است.

۳۴ - گزینه ۴ درست است.

$$F_D = C_D A_P \frac{\rho V^2}{2 g_c} \rightarrow C_D = \frac{2 F_D g_c}{A_P \rho V^2}$$

$$C_D = \frac{2 \times 1 \times 32.2}{\pi (1)^2 \times 62.4 \times V^2} \rightarrow C_D = \frac{64.4}{62.4 \pi V^2}$$

اگر نسبت $\frac{64.4}{62.4}$ را تقریباً یک فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$C_D = \frac{1}{\pi V^2}$$

۳۵ - گزینه ۲ درست است.

$$-\Delta P = \frac{g}{g_c} L (\rho_s - \rho) (1 - \epsilon)$$

$$-\Delta P = 1 \times 10 \times (3 - 1) \times 62.4 \times 0.5 \rightarrow -\Delta P = 624 \frac{\text{lb}_f}{\text{ft}^2}$$

۳۶ - گزینه ۲ درست است.

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1 - \epsilon_1}{1 - \epsilon_2} \rightarrow 2 = \frac{1 - 0.4}{1 - \epsilon_2}$$

$$2 - 2\epsilon = 0.6 \rightarrow \frac{2\epsilon}{2} = 1.4 \rightarrow \frac{\epsilon}{2} = 0.7$$

۳۷ - گزینه ۱ درست است.

$$\Delta P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} = \frac{12 \times 10}{\pi \times \frac{(0.2)^2}{4}} = 4000 \text{ Pa}$$

۳۸ - گزینه ۳ درست است.

$$\text{توان کلی} = \frac{\rho g H Q}{\eta} \rightarrow 8000 = \frac{\rho \times 10 \times 50 \times (10^{-2})}{0.5}$$

$$\rightarrow \rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow S = 0.8$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۳۹ - گزینه ۳ درست است.

$$NPSHA = \left(\frac{P - P_v}{\rho g} \right) - z - h_f + \frac{V^2}{2g}$$

$$NPSHA = \left[\frac{(150 - 30) \times 10^3}{1000 \times 10} \right] - 10 - \frac{20000}{1000 \times 10} + \frac{16}{20}$$

$$NPSH = 12 - 10 - 2 + 0.8 = 0.8 \text{ m}$$

۴۰ - گزینه ۴ درست است.

$\rho: ML^{-3}$, $\omega: T^{-1}$, $D: L$, $\Delta P: ML^{-1} T^{-2}$

$$\left[\frac{\rho \Delta P}{D^2 \omega^2} \right] = M^2 L^{-6}$$

$$\left[\frac{\rho \omega^2}{\Delta P D^2} \right] = L^{-4}$$

$$\left[\frac{\Delta P \omega^2}{\rho D^2} \right] = T^{-4}$$

$$\left[\frac{\Delta P}{\rho \omega^2 D^2} \right] = \text{بی بعد}$$

۴۱ - گزینه ۱ درست است.

قانون لزجت نیوتن را یکبار برای لوله بزرگ و یکبار برای لوله کوچک می‌نویسیم، داریم:

$$\tau_1 = \mu_1 \frac{u}{y_1} = 0.02 \times \frac{4}{0.006} = 13.34 \text{ Pa}$$

$$\tau_2 = \mu_2 \frac{u}{y_2} = 0.01 \times \frac{4}{0.003} = 13.34 \text{ Pa}$$

۴۲ - گزینه ۳ درست است.

نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر سطح مورب برابر است با:

$$F = \gamma h_c A = 10 \times \frac{4+0}{2} \times 5 \times 5 = 500 \text{ kN}$$

۴۳ - گزینه ۲ درست است.

نیروی عکس‌العمل در نقطه A درحقیقت عکس‌العمل نیروی افقی وارد بر این نقطه است، برای محاسبه نیروی افقی وارد بر این نقطه باید تصویر این سیلندر را در راستای عمودی بیابیم که یک مستطیل است، داریم:

$$F_x = \gamma h_c A = (0.8 \times 10^3 \times 10) \times (1) \times (2 \times 1.5) = 24000 \text{ N} = 2.4 \times 10^4 \text{ N}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۴۴ - گزینه ۳ درست است.

با توجه به قانون بقای مومنوم داریم:

$$\sum F_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}) \quad , \quad V_{2x} = 0$$

$$\Rightarrow F_w = -\dot{m}V_{1x} = -\rho AV_{1x}^2 = -850 \times \left(\frac{\pi \times 0.1^2}{4} \right) \times 10^2 = -667.25 \text{ N}$$

پس نیرویی که روغن بر صفحه وارد می کند برابر است با 667.25 N.

۴۵ - گزینه ۳ درست است.

ابتدا بین نقاط ۲ و ۳ که در شکل نمایان است معادله برنولی می نویسیم، داریم:

$$\frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} = \frac{P_3}{\gamma} + Z_3 + \frac{V_3^2}{2g}$$

با توجه به اینکه $Z_2 = Z_3$ و $V_2 = 0$ می باشد، داریم:

$$\frac{P_2 - P_3}{\gamma} = \frac{V_3^2}{2g}$$

$$\Rightarrow P_2 - P_3 = \frac{1}{2} \rho V_3^2$$

۴۶ - گزینه ۱ درست است.

با توجه به توضیحات گفته شده درباره پیتوت تیوب مرکب در تست ۴۵ داریم:

$$V = \sqrt{\frac{2(P_0 - P)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(\gamma_{\text{water}} - \gamma_{\text{air}})h}{\rho_{\text{air}}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \gamma_{\text{air}} \times h}{\rho_{\text{air}}}} = \sqrt{2 \times 1000 \times 10 \times h} = \sqrt{20000h} = 20$$

$$\Rightarrow h = 0.02 \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

۴۷ - گزینه ۲ درست است.

نیروی لازم برای نگه داشتن صفحه در حقیقت همان نیرویی است که سیال بر صفحه وارد می کند، طبق قانون بقای مومنوم داریم:

$$\sum F_x = \dot{m}_2 V_{2x} - \dot{m}_1 V_{1x} \quad , \quad V_{2x} = 0$$

$$\Rightarrow F_w = -\dot{m}_1 V_{1x} = -\rho AV_{1x}^2 = -1000 \times (1200 \times 10^{-6}) \times 50^2 = -3000 \text{ N}$$

۴۸ - گزینه ۱ درست است.

طبق توضیحات متن درس می توانیم بگوییم در شرایط یکسان اتلاف انرژی و در نتیجه افت فشار در انبساط ناگهانی از انقباض ناگهانی

بیشتر است چون ضریب افت انرژی در انبساط ناگهانی از انقباض ناگهانی بیشتر است، با توجه به این توضیحات می توان گفت $P_1 > P_2$

می باشد، لذا گزینه ۱ درست است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۴۹ - گزینه ۳ درست است.

با توجه به توضیحاتی که در جواب سؤال ۲ دادیم، داریم:

$$h_{f_1} = h_{f_2}$$

$$\Rightarrow 4f \times \frac{L}{D_1} \times \frac{V_1^2}{2g} = 4f \times \frac{L}{D_2} \times \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

حال با توجه به تعریف عدد رینولدز داریم:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{Re_1}{Re_2} = \frac{V_1}{V_2} \times \frac{D_1}{D_2}, \quad \frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{Re_1}{Re_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^3$$

۵۰ - گزینه ۱ درست است.

با توجه به توضیحات متن درس در جریان سیال بین دو صفحه موازی داریم:

$$V_{\max} = \frac{3}{2} \bar{V}$$

حال کافی است V_{\max} را بیابیم، با قرار دادن $y=0$ در پروفایل سرعت داده شده می توان V_{\max} را یافت، داریم:

$$V_{\max} = \frac{b^2}{2\mu} \frac{\Delta P}{L} \rightarrow \frac{3}{2} \bar{V} = \frac{b^2}{3\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{b^2}{3\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

۵۱ - گزینه ۳ درست است.

$$h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \rightarrow h_f \propto V^2$$

و ضمناً داریم:

$$Q = VA$$

$$\Rightarrow Q \propto V$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V_2 = 2V_1$$

حال با توجه به تناسب $h_f \propto V^2$ که ابتدا اثبات نمودیم، داریم:

$$\frac{h_{f_2}}{h_{f_1}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \left(\frac{2V_1}{V_1}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow h_{f_2} = \frac{1}{4}h_{f_1}$$

و با توجه به این $h_{f_1} = H$ می‌باشد در نتیجه داریم:

$$h_{f_2} = \frac{1}{4}H$$

بنابراین افت موضعی در شیر برابر است با:

$$h_{f_1} - h_{f_2} = H - \frac{1}{4}H = \frac{3}{4}H$$

۵۲ - گزینه‌های ۱ و ۴ درست هستند.

با استفاده از رابطه داریسی - ویسباخ و رابطه $h_f = \frac{\Delta P}{\gamma}$ داریم:

$$h_f = \frac{\Delta P}{\gamma} = f_{\text{Darcy}} \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \Delta P = f_{\text{Darcy}} \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} = 0.005 \times \frac{1}{0.05} \times \frac{1000 \times 4^2}{2} = 800 \text{ Pa}$$

اگر ضریب اصطکاک از نوع فانیگ در نظر گرفته شود و آنگاه از رابطه $h_f = 4f_{\text{Fanning}} \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$ استفاده شود، ΔP برابر 3200 پاسکال

به دست خواهد آمد که در این صورت گزینه ۴، گزینه درست است.

۵۳ - گزینه ۲ درست است.

$$\text{NPSH} = \left(\frac{P_s}{\rho g} - \frac{P_v}{\rho g} \right) + Z_s - h_{f_s}$$

$$10 = 12 - 2 + Z_s - 4 \rightarrow Z_s = +4 \text{ m}$$

چون Z_s مثبت شد، بنابراین پمپ باید از مخزن پایین‌تر نصب شود.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

بودجه‌بندی سوالات کنکور در سال‌های اخیر

درصد ۵ سال	مجموع سوالات در ۵ سال	۱۳۸۹	۱۳۸۸	۱۳۸۷	۱۳۸۶	۱۳۸۵	سر فصل
		تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	
٪۹	۸	۲	۲	۱	۲	۱	خواص سیالات
٪۱	۱	۰	۰	۰	۰	۱	استاتیک سیالات - مقدمات
٪۴	۳	۱	۰	۱	۰	۱	استاتیک سیالات - اندازه گیری فشار
٪۵	۴	۰	۰	۲	۱	۱	استاتیک سیالات - نیروی وارد بر سطوح مسطح
٪۴	۳	۰	۰	۰	۲	۱	استاتیک سیالات - نیروی وارد بر سطوح منحنی
٪۵	۴	۱	۰	۰	۲	۱	استاتیک سیالات - نیروی شناوری
٪۲	۲	۱	۱	۰	۰	۰	استاتیک سیالات - حرکت صلب گونه سیالات
٪۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	جریان سیالات - تعاریف
٪۵	۴	۰	۲	۱	۰	۱	جریان سیالات - معادله پیوستگی و قانون بقای جرم
٪۵	۴	۱	۱	۰	۱	۱	جریان سیالات - قانون بقای مومنوم
٪۵	۴	۰	۱	۰	۲	۱	جریان سیالات - معادله اولر و برنولی
٪۶	۵	۱	۲	۰	۱	۱	جریان سیالات - کاربرد معادله برنولی
٪۴	۳	۰	۱	۱	۱	۰	جریان سیالات - خط انرژی
٪۲	۲	۰	۰	۱	۰	۱	جریان سیالات - تابع جریان
٪۴	۳	۱	۱	۰	۰	۱	جریان سیالات - جریان بین دو صفحه موازی
٪۱۳	۱۱	۳	۲	۰	۴	۲	جریان سیالات - جریان درون لوله ها
٪۱۱	۹	۱	۱	۲	۲	۳	محاسبه تلفات انرژی در جریان سیالات
٪۴	۳	۰	۰	۲	۰	۱	نیروهای برشی و فشاری
٪۲	۲	۰	۱	۱	۰	۰	آنالیز ابعادی و تشابه
٪۶	۵	۲	۰	۱	۱	۱	پمپ و پمپاژ
٪۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	جریان سیالات تراکم پذیر
٪۵	۴	۰	۰	۲	۱	۱	جریان در بسترهای پرشده
٪۱۰۰	۸۵	۱۵	۱۵	۱۵	۲۰	۲۰	جمع تعداد تست در مباحث
٪۱۰۰	۸۵	۱۵	۱۵	۱۵	۲۰	۲۰	جمع تعداد تست در کنکور

یادداشت:

.....

